Egyéni kutatómunka 2 Beszámoló

Csáji Gergely

April 2021

1 Bevezetés

Az idei kutatómunkámat a stabil párosítások és stabil hozzárendelések témakörben végeztem. Tanulmányoztam a probléma többféle általánosítását és verzióját, illetve sikerült néhány egyszerűbb eredményt elérnem a témával kapcsolatban.
A stabil párosítás alapproblémája a következő: Adott egy $G = (S \cup T, E)$ páros gráf. A csúcsok egyik osztályát fiúknak a másikat lányoknak nevezzük. Továbbá adott minden $v \in S$-re egy $<_v$ rendezés T-n és fordítva, ezeket hívjuk preferencialistáknak. Általában feltesszük, hogy a preferencialisták szigorúak. A feladatunk egy stabil párosítás keresése, ami egy olyan μ párosítás, ami nem tartalmaz blokkoló párt, ahol egy (f, l), $f \in T, l \in S$ párt akkor nevezünk blokkolónak μ-re nézve, ha $l >_f \mu(f)$ és $f >_l \mu(l)$, azaz ha mindkét tag kölcsönösen jobban járna, ha lecserélné rá a μ-beli párját. Gale és Shapley belátták, hogy ebben az esetben mindig létezik stabil párosítás, és ilyet a következő egyszerű algoritmussal polinomiális időben meg is lehet találni:

Algoritmus: Minden párral nem rendelkező fiú felkéri a preferencialistája szerint legjobb, még nem felkért lányt. Minden lány a beérkezett kérők közül kiválasztja a legjobbat, a többieket elutasítja. Ha a lánynak már volt párja, de érkezik egy jobb kérő, akkor lecseréli rá. Végül minden lányból az aktuális párjánál rosszabb fiúba mutató éleket töröljük, majd iteráljuk az algoritmust, amíg már nem marad pár nélküli fiú, vagy minden párnélküli fiút már minden számára elfogadható lány elutasított.

Az alapesetben még számos továnni érdekes tétel igaz, ezek közül a legfontosabbak:
Tétel 1: *Ha a preferencialisták szigorúak, akkor minden stabil párosításban ugyanazon fiúknak és lányoknak van párjuk.*
Tétel 2: *A lánykérő Gale-Shapley fiúoptimális stabil párosítást ad, azaz minden fiú minden más stabil párosításban legfeljebb ilyen jó párt kap, és van aki szigorúan rosszabbat.*
Az egyik első természetes kérdés, hogy mi van akkor, ha a preferencialisták nem szigorúak. A Gale-Shapley algoritmussal ekkor is tudunk találni egy stabil párosítást, azonban ekkor már nem lesz igaz, hogy minden stabil párosítás ugyanazt a csúcshalmazt fedi. Felmerül az igény, hogy akkor próbáljunk meg

maximális méretű stabil párosítást találni, azonban erről már belátható, hogy egy NP-teljes probléma, sőt már egy 1,1-közelítő polinomiális algoritmus létezéséből is $P = NP$ következne. Viszont a Gale Shapley algoritmus egy módosításával (pirospontos Gale-Shapley algoritmus) tudunk találni lineáris időben egy 1,5-közelítő megoldást.

2 A stabil hozzárendelés probléma és általánosításai

A probléma első kiterjesztése a következő: Most az egyik oldal csúcsaihoz (ezeket fogjuk kórházaknak nevezni, és $h \in H$-val jelölni, a másik oldal csúcsait orvosoknak) megadunk valamilyen egész k_h kapacitásokat is, és olyan hozzárendelést keresünk, ami stabil és elfogadható. Az elfogadható itt azt jelenti, hogy minden kórházhoz legfeljebb k_h orvost rendelünk, és minden orvost legfeljebb 1 helyre vesszünk fel. A stabilitás itt is hasonlóan azt jelenti, hogy nincs blokkoló pár, azaz olyan (d, h) pár, hogy $h >_d \mu(d)$ és h vagy nem telített, vagy létezik $d' \in \mu(h)$, hogy $d >_h d'$. Könnyű belátni, hogy mindig létezik stabil hozzásrendelés, ha a preferencialisták szigorúak, illetve tudunk is ilyet lineáris időben találni a Gale-Shapley algoritmus következő módosításával: Most az orvosok kérik fel a kórházakat minden körben, és a kórházak az aktuális kérők közül most a legjobb k_h-t fogadják el, és csak a többit utasítják el.

A feladatot persze még mindig jóval tovább általánosíthatjuk. Az első ilyen, amit a félév során megvizsgáltam az az eset, amikor a stabil hozzárendelés problémában az orvosok oldalán megengedünk párokat is, vagy még általánosabban $1, ..., n$ méretű ügynököket, ahol ezeknek az ügynököknek együttes preferencialistája van. Itt alapvetően kétféle modellel találkoztam a szakirodalomban.

Első modell: Az ügynökök szétválaszthatatlanok
I) eset: Gyenge modell:
Ezzel az [2] cikk foglalkozik. A modell itt a következő. Szintén adott egy G páros gráf, az egyik oldalt nevezzük ügynököknek (itt egy ügynök egy k-tagú csoportot is jelölhet), a másikat kórházaknak (/cégeknek). Minden $h \in H$ kórházhoz adott egy k_h kapacitás, illetve minden ügynöknek van egy $|u| \in \mathbf{N}$ mérete. A hozzárendelés során feltesszük, hogy az ügynökök szétválaszthatatlanok, azaz egy ügynököt vagy teljesen fel kell venni, vagy egyáltalán nem. Szemléletesen, például ha egy házaspárunk van, akkor lehet, hogy csak akkor fogadnak el egy munkahelyet, ha mindkettejüket felveszik. Ebben a modellben az ügynököknek adott H-n egy szigorú preferencialistájuk, míg a kórházaknak az U ügynökök halmazán adott egy szigorú rendezésük (nem az ügynökök tagjain). A blokkoló párok ebben a modellben a következők:
Def: Egy (u, h) pár *blokkoló μ-re nézve* , ha $h >_u \mu(u)$ és $u \subset Choice_h(\mu(h) \cup u)$, ahol $Choice_h(S)$-t úgy kapjuk, hogy az S-beli ügynököket a h-beli preferenciasorrendjük szerint elkezdjük felvenni, amíg a következővel már a kapacitás felé lépnénk.
Már ebben a modellben sem lesz mindig stabil párosítás, azonban amikor igen,

akkor a cikk algoritmusa képes is találni egyet.

II) eset: Erős modell
Erről Dean [1] cikke ír. A modell majdnem ugyanaz, mint az előbb, mindössze a blokkolás (és így a stabilitás) fogalmát módosítjuk a következőképpen:
Def: Egy (u, h) pár *blokkoló* μ*-re nézve* , ha $h >_u \mu(u)$, és vagy h telítetlen, vagy $\exists v \in \mu(h) : u >_h v$.
Ez egy erősebb blokkolási fogalom, itt egy n méretű ügynök akkor is blokkolhat h-nál, ha ott csak egy 1 méretű rosszabb ügynök van nála. Nyilvánvalóan egy eszerint stabil párosítás a gyenge modell szerint is az, de fordítva ez nem igaz. A cikkben bebizonyították, hogy a Gale Shapley algoritmust módosítva tudunk találni olyan kapacitásokat, amik az eredetinél legfeljebb $n - 1$-el nagyobbak, és mindig legalább akkorák mint az eredeti, és amikre nézve már létezik stabil párosítás. Azaz
Tétel: *Léteznek olyan* k'_h *kapacitások, hogy* $k_h \leq k'_h \leq k_h+(n-1)$*, amikre nézve létezik* μ *stabil hozzárendelés, és ez a stabil hozzárendelés a Gale Shapley algoritmus módosításával lineáris időben megtalálható. Továbbá ez a hozzárendelés ügynökoptimális.*
Az említett módosítás annyiból áll, hogy amikor (a fiúk szerepében) az ügynökök felkérik a preferencialistájukon a következő kórházat, akkor a kórház mindenkit elfogad, majd a legjobbtól kezdve akkor tartja meg az ügynököket, amíg a kapacitását az adott ügynök megtartása még legfeljebb $(n-1)$-el növelné, különben elutasítja.

Második modell: Az ügynökök szétválaszthatóak
Ez egy jóval általánosabb és ennélfogva bonyolultabb modell. Erről Nguyen és Vohra [6] cikkében olvastam. Ezen cikk algoritmusa inspirálta az elért eredményeim nagyrészét is.
Az egyik oldal itt is a kórházaké, akiknek szintén adott egy k_h egész kapacitása és egy szigorú preferencialistája az ügynökök tagjain. A másik oldalon vannak az ügynökök. A cikk csak azzal az esettel foglalkozik, amikor n=2, azaz csak orvosok és orvospárok vannak. Az orvosoknak adott egy szigorú preferencialistája H'-n, (ahol $H' = H \cup \emptyset$ a kórházak és a munkanélküli opció halmaza), míg a pároknál $H' \times H'$-n. Egy pár két tagját most felvehetjük két külön helyre is. A blokkolás fogalmát itt a következőképpen definiáljuk:
Def: *a)* Egy (d, h) pár *blokkoló* μ*-re nézve*, ha $h >_d \mu(d)$ és $d \in Choice_h(\mu(h) \cup d)$ (ha $h \neq \emptyset$), ahol $Choice_h(S)$=S legjobb k_h orvosa.
b) (c, h, h') $(c = (c_l, c_f))$ *blokkoló* μ*-re nézve*, ha $(h, h') >_c \mu(c)$, valamint $c_l \in Choice_h(\mu(h) \cup c_l)$ (ha $h \neq \emptyset$) és $c_f \in Choice_{h'}(\mu(h') \cup c_f)$ (ha $h' \neq \emptyset$). (Itt megengedjük, hogy $h = h'$ legyen).
Megj: Ha $h = h'$, akkor a blokkolást definiálhatnánk úgy is, hogy (c, h, h) akkor blokkol, ha $(h, h) >_c \mu(c)$ és $\{c_l, c_f\} \subset Choice_h(\mu(h) \cup \{c_l, c_f\})$, azaz ha h a pár mindkét tagját felvenné. Ezzel egy gyengébb blokkolási fogalomhoz jutunk, de Nguyen-ék algoritmusa (a továbbiakban IR algoritmus) az erősebb definícióra is működik.
Stabil párosítás ennél a modellnél sem létezik fetétlenül, viszont a cikk fő eredménye

egy olyan algoritmus, mely talál olyan kapacitásokat, amik legfeljebb 2-vel térnek el az eredetitől, és ezekre nézve egy stabil párosítást. Pontosabban kiomondva:
Tétel: Ha a preferencialisták szigorúak, akkor léteznek olyan k'_h kapacitások, hogy $max_{h\in H}|k_h - k'_h| \leq 2$, $\sum k_h \leq \sum k'_h \leq \sum k_h + 4$, és amikre nézve már létezik stabil hozzárendelés és ez az IR algoritmussal meg is található.

A cikk algoritmusa a Scarf Lemmán alapszik, melynek a cikkben használt verziója a következő:
Lemma (Scarf): *Legyen Q $n\times m$-es nemnegatív mátrix, aminek minden sorában van nemnulla elem, illetve minden i sornak van egy $>_i$ szigorú rendezése azokon a j oszlopokon, amikre $Q_{ij} > 0$, illetve $q \in \mathbf{R}^{\mathbf{n}}_{+}$. Ekkor létezik olyan extrém pontja $\{x \in \mathbf{R}^{\mathbf{m}}_{+} : Qx \leq q\}$-nak, ami minden oszlopot dominál valamelyik sorban, ahol egy $x \geq 0$ akkor dominál egy j oszlopot egy i sorban, ha $Q_i x = q_i$, illetve $j \leq_i k$ minden olyan $k \in \{1, ..., m\}$-re, amire $Q_{ik}x_k > 0$.*

Az IR algoritmus a következőképpen működik: Először is definiálunk egy megfelelő Q mátixot. Legyenek a sorok a kórházak, az egyéni orvosok, illetve a párok, az oszlopok pedig a lehetséges koalíciók, azaz (d, h), (c, h, h')-k. Q_{ij} legyen 1, ha i eleme a j. koalíciónak (kivéve (c, h, h)-nál h sorába 2-t írunk), és 0 különben. Azaz a következő rendszernek keressük nemnegatív egész, domináns megoldását:
$\sum_{d\in D^1} x_{(d,h)} + \sum_{c\in D^2} \sum_{h'\neq h}(x_{(c,h,h')} + x_{(c,h',h)}) + \sum_{c\in D^2} 2x_{(c,h,h)} \leq k_h \ \forall h \in H$
$\sum_{h\in H} x_{(d,h)} \leq 1 \ \forall d \in D^1$
$\sum_{h,h'\in H} x_{(c,h,h')} \leq 1 \ \forall c \in D^2$
A Scarf Lemma alapján tudjuk, hogy létezik nemnegatív tört x domináns megoldás, mivel a rendszer kielégíti a Scarf-Lemma feltételeit, illetve ezt a Scarf által megadott algoritmussal meg is lehet találni. Ezután ebből a törtmegoldásból kerekítünk ki ügyesen egy $\overline{x}$ egész megoldást, ami a $k' = Q_H\overline{x}$ kapacitásvektorra nézve szintén domináns lesz. Az hogy az új kapacitásvektorok ne térjenek el nagyon az eredetitől úgy tudjuk elérni, hogy csak olyan sorokat módosítunk az algoritmus során Q-ban (pontosabban törlünk), amikre $Q_h(\lceil x\rceil - \lfloor x\rfloor)$ kicsi. Az összkapacitáskorlátot pedig egy összkapacitáskorlát sor bevezetésével tudjuk biztosítani, amit szintén csak speciális körülmények között törlünk.
Egy másik cikkben [7] Nguyen és Vohra arra az esetre is kidolgozott egy hasonló algoritmust a Scarf Lemmára alapozva, amikor csak egyfős ügynökök, azaz orvosok vannak, de az orvosok közt többféle típus is előfordul, és a kórházaknak meg vannnak szabva valamilyen korlátok arra, hogy legalább és legfeljebb mekkora arányban kell adott típusú doktorokat felvenniük.

2.1 Egyéni eredmények

A témakörben a következő egyszerűbb eredményekre és észrevételekre jutottam: Először is azt vizsgáltam meg, hogy az IR algoritmust kicsit módosítva az általános esetre (amikor párok helyett már n méretű ügynökök is vannak), milyen eredményeket lehet elérni. Arra jutottam, hogy a szétválasztható esetben (amikor tehát egy u ügynök tagjait több helyre is fel lehet venni, illetve

$H' \times H' \times ... \times H'$-n van adva egy szigorú preferencialistájuk) a következő lesz igaz:

Tétel: *Ha minden ügynök és kórház preferencialistája szigorú, akkor léteznek olyan k'_h kapacitások, amikre igaz, hogy*
a) $|k_h - k'_h| \leq 2n - 2 \ \forall h \in H$, *illetve* $\sum k_h \leq \sum k'_h \leq \sum k_h + 2n - 1$ *vagy*
b) $|k_h - k'_h| \leq 2n - 1 \ \forall h \in H$, *illetve* $\sum k_h \leq \sum k'_h \leq \sum k_h + n - 1$,
amikre nézve már létezik stabil hozzárendelés és ezt az IR algoritmus módosításával meg is lehet találni.

Nguyen és Vohra [5] is megvizsgálta ezt az esetet, azonban még egy korábbi cikkben, amikor még az algoritmus kevésbé volt finomhangolva, így ott egy rosszabb korlátot kaptak, főleg az összkapacitásra ($2n^2+n-1$). Ezután megvizsgáltam, hogy a szigorúbb, szétválaszthatatlanos modellre lehet-e esetleg az általánosnál jobb eredményeket elérni, és arra jutottam, hogy igen, méghozzá:

Tétel: *Ha az ügynökök szétválaszthatatlanok, és a preferencialisták szigorúak, akkor léteznek olyan k'_h kapacitások, amikre igaz, hogy $|k_h - k'_h| \leq n-1 \ \forall h \in H$, illetve $\sum k_h \leq \sum k'_h \leq \sum k_h + 2n - 1$ és amikre nézve már létezik stabil hozzárendelés és ezt az IR algoritmus módosításával meg is lehet találni.*

Könnyű meggondolni, hogyha a kapacitásokat először $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$-vel csökkentve, majd a 0-vá vált kapacitású kórházakat kidobva, majd a módosított Gale-Shapley algoritmus ezekre futtatva egy olyan stabil párosítást kapunk, ahol az egyéni kapacitásváltozások legfeljebb $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$-ek. Ez jobb, mint az előző korlát, viszont itt nincs korlát az összkapacitásváltozásra. Úgyhogy megvizsgáltam, hogy az összkapacitásváltozás korlátozása mennyire befolyásolja azt, hogy az egyéninek mennyinek kell lennie, és arra jutottam, hogy ha bármilyen $f(n)$ korlátot is szabunk az összkapacitásváltozásra, akkor az egyéni kapacitásokat bizonyos esetekben már $n - 1$-el is kénytelenek vagyunk megváltoztatni, azaz a módosított IR algoritmus ilyen értelemben optimális eredményt ad, mivel az az összkapacitásváltozást is korlátozza.

Végül megvizsgáltam, hogy a fent említett egyes modellekben milyen alsó és felső korlátokat tudunk adni a minimiális szükséges egyéni-kapacitásváltozásra, hogy legyen stabil megoldás. Itt a következőkre jutottam:
Állítás: *A gyenge, szétválaszthatatlan esetben létezik olyan példa, ahol az egyéni kapacitásokat legalább $\lfloor \frac{n}{4} \rfloor$-el módosítani kell, de minden esetben elég legfeljebb $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$-el.*
Az erősebb szétválaszthatatlan esetben létezik olyan példa, amikor az egyéni kapacitásokat legalább $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$-el módosítani kell és ez minden esetben elég is. Ha szabunk összkapacitáskorlátot, akkor ugyanez $n - 1$-el.
A szétválasztható esetben az alsó korlát legalább $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$, de ha összkapacitásváltozás korlátot is megszabunk, akkor $n - 1$, illetve minden esetben tudunk találni olyat, ahol az összkapacitás is korlátozva van és az egyéni legfeljebb $2n - 2$.

A felső korlátokat a fent említett algoritmusok adják, míg az alsó korlátokat egyszerű ellenpéldák konstruálásával láttam be.

3 Stabil szobatárs probléma és általánosítása

Az eredeti stabil párosítás problémában páros gráfunk volt, azonban a feladat nem páros gráfokra is könnyedén kiterjeszthető, így kapjuk a stabi szobatárs problémát. Ez tehát a következő: Adott egy $G = (V, E)$ gráf, illetve minden $v \in V$ csúcsra egy $>_v$ preferencialista az őt tartalmazó éleken. Keresünk egy olyan párosítást G-ben, ami stabil, azaz nem tartalmaz blokkoló élt.
Def Egy $e = uv$ él *blokkoló μ-re nézve*, ha $e \notin \mu$, $e >_v \mu(v)$ (vagy v telítetlen) és $e >_u \mu(u)$ (vagy u telítetlen).
Természetesen nem mindig létezik stabil párosítás. Először Irving [3] adott egy algoritmust a problémára, ami polinomiális időben eldönti, hogy létezik-e teljes stabil párosítás és ha igen, akkor talál egyet.
Tan [8] belátta, hogy mindig létezik félegész stabil megoldás, Király és Pap [4] pedig adott egy új bizonyítást erre a Scarf Lemma segítségével.

A stabil szobatárs probléma általánosítható hipergráfokra is a következőképpen: Adott egy $\mathcal{H} = (V, \mathcal{E})$ hipergráf, illetve minden $v \in V$-re egy $>_v$ preferencialista az őt tartalmazó hiperéleken és egy k_v kapacitás. Keresünk olyan $\mathcal{F} \subset \mathcal{E}$ élhalmazt, ami stabil, azaz egyik csúcs sem lépi át a kapacitását, és nem létezik blokkoló él.
Def $e \in \mathcal{E}$ *blokkoló $\mathcal{F}$-re nézve*, ha $e \notin \mathcal{F}$ és minden $v \in e$ vagy nem telített, vagy létezik $f_v \in \mathcal{F}$, hogy $v \in f_v$ és $e >_v f_v$.
A feladat LP formulációja a következő:
$\sum_{e:v\in e} x_e \leq k_v \ \forall v \in V$
$0 \leq x_e \leq 1 \ \forall e \in \mathcal{E}$
Ennek keressük egy stabil egész megoldását.

3.1 Egyéni eredmények:

A témavezetőm javaslatára megvizsgáltam, hogy a stabil szobatárs probléma általánosításában is lehet-e a Scarf Lemma segítségével olyan megoldást találni, ahol a csúcsok kapacitásait csak kicsit kell változtatni. Az először is könnyen látszik, hogy ha vesszük $Q = \binom{A}{I}$ mátrixot, ahol A a hipergráf incidenciamátrixa, I pedig az $|\mathcal{E}| \times |\mathcal{E}|$-es egységmátrix, $q = \binom{k}{1}$, akkor a $\{Qx \leq q, x \geq 0\}$ poliéder megoldásai épp az elfogadható megoldások, és mivel a poliéder teljesíti a Scarf-Lemma feltételeit, így tudunk találni egy stabil törtmegoldást. Ezt az IR algoritmushoz hasonlóan kikerekítve tudunk találni egész stabil párosításokat is. Pontosabban az alábbi tételt sikerült belátni:

Tétel: *Tegyük fel, hogy minden v csúcs preferencialistája szigorú és $|e| \leq n$ $\forall e \in \mathcal{E}$. Ekkor léteznek olyan k'_v kapacitások, hogy $|k_v - k'_v| \leq n-1 \ \forall v \in V$, illetve $\sum k_v - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \leq \sum k'_v \leq \sum k_v + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ amikre nézve már létezik stabil párosítás,* *továbbá egy ilyen algoritmikusan megtalálható.*

Mivel $n = 2$-re ez a probléma éppen a stabil k-párosítás probléma, így egyből következik az alábbi tétel is:
Tétel: *Tegyük fel, hogy a stabil k-párosítás feladatban minden csúcs preferencialistája szigorú. Ekkor léteznek olyan k'_v kapacitások, hogy $|k_v - k'_v| \leq 1$ $\forall v \in V$, illetve $\sum k_v \leq \sum k'_v \leq \sum k_v + 1$ amikre nézve már létezik stabil párosítás, továbbá egy ilyen algoritmikusan megtalálható.*

References

[1] Brian C. Dean, Michel X. Goemans, and Nicole Immorlica. "The Unsplittable Stable Marriage Problem". In: *Fourth IFIP International Conference on Theoretical Computer Science- TCS 2006*. Ed. by Gonzalo Navarro, Leopoldo Bertossi, and Yoshiharu Kohayakawa. Boston, MA: Springer US, 2006, pp. 65–75. ISBN: 978-0-387-34735-6.

[2] David Delacrétaz. *Stability in matching markets with sizes.*

[3] Robert W Irving. "An efficient algorithm for the "stable roommates" problem". In: *Journal of Algorithms* 6.4 (1985), pp. 577–595. ISSN: 0196-6774. DOI: https://doi.org/10.1016/0196-6774(85)90033-1. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0196677485900331.

[4] Tamás Király and Julia Pap. "Kernels, stable matchings, and Scarf's lemma". In: *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* (Jan. 2010).

[5] Thanh Nguyen and Rakesh Vohra. "Near Feasible Stable Matchings with Complementarities". In: *SSRN Electronic Journal* (Jan. 2014). DOI: 10.2139/ssrn.2500824.

[6] Thành Nguyen and Rakesh Vohra. "Near-Feasible Stable Matchings with Couples". In: *American Economic Review* 108.11 (Nov. 2018), pp. 3154–69. DOI: 10.1257/aer.20141188. URL: https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.20141188.

[7] Thành Nguyen and Rakesh Vohra. "Stable Matching with Proportionality Constraints". In: *Oper. Res.* 67.6 (Nov. 2019), pp. 1503–1519. ISSN: 0030-364X. DOI: 10.1287/opre.2019.1909. URL: https://doi.org/10.1287/opre.2019.1909.

[8] Jimmy J.M Tan. "A necessary and sufficient condition for the existence of a complete stable matching". In: *Journal of Algorithms* 12.1 (1991), pp. 154–178. ISSN: 0196-6774. DOI: https://doi.org/10.1016/0196-6774(91)90028-W. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/019667749190028W.