

# Síkgráfok és antisíkgráfok geometriai reprezentációi

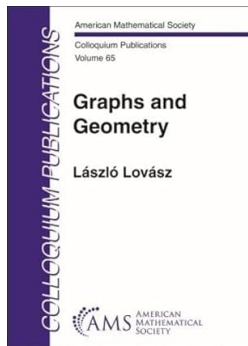
Egyéni kutatómunka II

Jánosik Máté

June 3, 2026

# Mit csináltam a félévben?

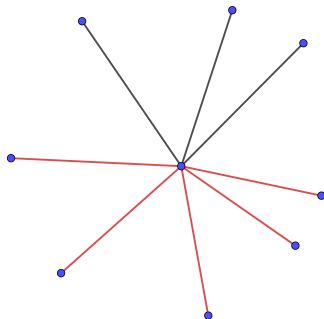
- ▶ Lovász László Graphs and Geometry könyvéből olvastam el 4 és fél fejezetet
- ▶ Megismertem az antisíkgráfokat, egyik ekvivalens definíció: önduális poliéderek élgráfjai
- ▶ Nyitott kérdéseken gondolkodtunk



# Lemma a csendes csúcsokról

## Lemma

*Minden 2-színezett egyszerű síkgráfban van legalább két csendes csúcs, vagyis ahol az ugyanolyan színű élek egymást követik.*



## Lemma bizonyítása

Legyen  $n$  a csúcsok száma,  $m$  az élek száma,  $cs$  a csendes csúcsok száma,  $N$  a kétszínű sarkok száma,  $f$  a lapok száma és  $f_i$  az  $i$  oldalú lapok száma. Ekkor egyrészt a nem csendes csúcsok mellett van legalább 4 kétszínű sarok.

$$N \geq 4(n - cs)$$

## Lemma bizonyítása

Legyen  $n$  a csúcsok száma,  $m$  az élek száma,  $cs$  a csendes csúcsok száma,  $N$  a kétszínű sarkok száma,  $f$  a lapok száma és  $f_i$  az  $i$  oldalú lapok száma. Ekkor egyrészt a nem csendes csúcsok mellett van legalább 4 kétszínű sarok.

$$N \geq 4(n - cs)$$

Másrészt minden páratlan oldalú lapon van egy nem kétszínű sarok vagyis

$$\begin{aligned} N &\leq 2f_3 + 4f_4 + 4f_5 + 6f_6 + 6f_7 + \dots \leq \\ &\leq 2f_3 + 4f_4 + 6f_5 + 8f_6 + 10f_7 + \dots = 4m - 4f = 4n - 8 \end{aligned}$$

Felhasználtuk, hogy  $f = f_3 + f_4 + f_5 + \dots$ ,  
 $2m = 3f_3 + 4f_4 + 5f_5 + \dots$  és  $m - f = n - 2$ .  
A két egyenlőtlenségből  $cs \geq 2$ .

# Cauchy tétele a konvex poliéderek stresszeiről

Stressz: Élekre írt számok, a pozitív él akkora erővel össze akarja húzni az élet, a negatív pedig akkora erővel el akarja tolni a csúcsait. Minden csúcsban az eredő erőnek 0-nak kell lennie.

# Cauchy tétele a konvex poliéderek stresszeiről

Stressz: Élekre írt számok, a pozitív él akkora erővel össze akarja húzni az élet, a negatív pedig akkora erővel el akarja tolni a csúcsait. Minden csúcsban az eredő erőnek 0-nak kell lennie.

Cauchy tétele: Egy 3-dimenziós konvex poliéder élein csak a 0 stressz létezik (vagyis nem hat sehol erő).

# Cauchy tétele a konvex poliéderek stresszeiről

Stressz: Élekre írt számok, a pozitív él akkora erővel össze akarja húzni az élet, a negatív pedig akkora erővel el akarja tolni a csúcsait. Minden csúcsban az eredő erőnek 0-nak kell lennie.

Cauchy tétele: Egy 3-dimenziós konvex poliéder élein csak a 0 stressz létezik (vagyis nem hat sehol erő).

Bizonyítás: Színezzük előjel szerint az éleket, a 0 éleket elhagyva. A lemma szerint létezik csendes csúcs, ott el tudjuk választani a színeket egy síkkal. A síkra merőleges irányban az eredő erő nem lesz 0.

# MI nyilatkozat

Kijelentem, hogy a tantárgy teljesítése során jelen nyilatkozat elkészítésén kívül nem vettem igénybe mesterséges intelligencia alapú eszközt vagy szolgáltatást.

Szeretném, hogy beleírjam a tantárgy nevét, dátumot, vagy egy hivatalosabb (pl. egyetemi) formátumba igazítsam?

# MI nyilatkozat

Kijelentem, hogy a tantárgy teljesítése során jelen nyilatkozat elkészítésén kívül nem vettem igénybe mesterséges intelligencia alapú eszközt vagy szolgáltatást.

Szeretném, hogy beleírjam a tantárgy nevét, dátumot, vagy egy hivatalosabb (pl. egyetemi) formátumba igazítsam?

Szerintem nem jó, ha magyarázni kell a vicceket, de direkt tettem bele az előző mondatot is az előadásba.

Köszönöm a figyelmet!