

Gömbök kifordítása

Györgypál Gergő

Témavezető: Dr. Fehér László

2026.01.09.

Legyen M és N két darab differenciálható sokaság. Az $f : M \rightarrow N$ differenciálható leképezés immerzió ha

$$D_m f : T_m M \rightarrow T_{f(m)} N$$

injektív $\forall m \in M$ -re.

Ha f és g két darab immerzió az M és az N között. Azt mondjuk, hogy az f és g regulárisan homotópok ha létezik egy

$$H : M \times [0, 1] \rightarrow N$$

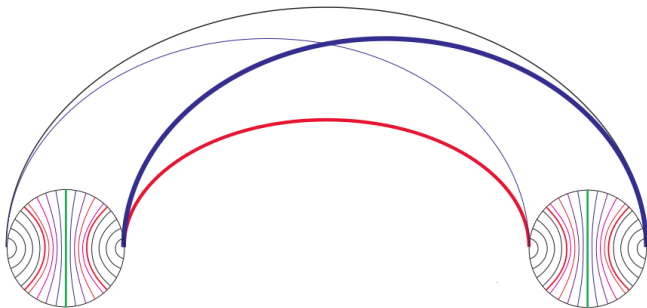
homotópia ami minden $t \in [0, 1]$ koordinátában egy immerzió, valamint igaz az, hogy $H(m, 0) = f(m), \forall m \in M$ és $H(m, 1) = g(m), \forall m \in M$. Egy ilyen homotópiát reguláris homotópiának nevezünk.

Vegyük a k -dimenziós gömbfelületet S^k -át és ágyazzuk be $\mathbb{R}^n$ -be. Ennek a kifordításán egy olyan reguláris homotópiát értünk ($H : S^k \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$) amire igaz, hogy $H(x, 0)$ az S^k standard beágyazás $\mathbb{R}^n$ -be és $H(x, 1)$ szintén az S^k beágyazása de ellentétes irányítással.

$$V_{k,n} = \{(v_1, \dots, v_n) \mid v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n \text{ ortonormáltak}\}$$

S^k immerziói reguláris homotópia erejéig megfeleltethetők $\pi_k(V_{k,n})$ elemeinek.

Vegyünk egy tömöt tóruszt, SD -ét.



$$K_{\theta} \cup K_{-\theta} = \partial A_{\theta/2}$$

Létezik egy olyan D_0 korong aminek a határa K_0 , valamint ortogonális SD -re.

Legyen D_θ a D_0 SD körüli elforgatottja θ szöggel, valamint legyen $S_\theta = D_{-\theta} \cup A_{\theta/2} \cup D_\theta$.

Az S_θ reguláris homotóp egy természetesen beágyazott S^2 -vel, ha $\theta \in (-\pi, \pi)$.

Az S_θ reguláris homotóp önmagával ellentétes irányítással.

Alkalmazzuk ezeket egymás után.

Köszönöm a figyelmet!