

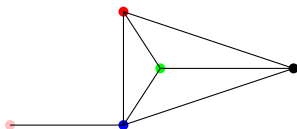
Érintőgráfok

Osztényi József
Témavezető: Keszegh Balázs

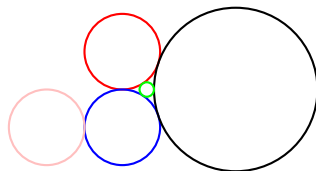
Egyéni kutatómunka 2.
2025.06.06.

Tétel (Koebe–Andreiev–Thurston)

Minden G véges összefüggő egyszerű síkgráfhoz létezik egy olyan körpakolás a síkban, amelynek az érintőgráfja megegyezik (izomorfikusan) G -vel.

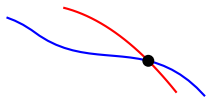


Egy síkgráf

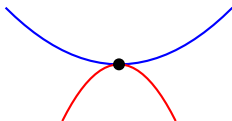


Megfelelő körpakolás

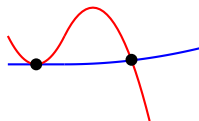
- Érintés, keresztezés



Keresztezés



Érintés

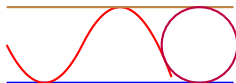


Keresztezés

Tétel (Erdős, Grünbaum)

Legyen $\mathcal{C}$ egy n elemű görbecsalád, aminek minden metszéspontja érintési pont, ekkor legfeljebb $3n - 6$ az érintések száma a $\mathcal{C}$ családban, ha $n \geq 3$.

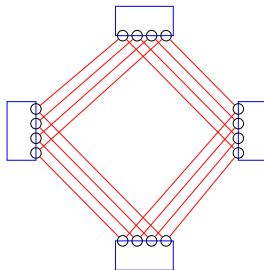
- Érintőgráf konstruálás a görbékől



Csak érintések vannak a görbék között

Tétel (Ezra, Pach, Sharir)

Legyen $\mathcal{C}$ egy n elemű görbecsalád, aminek metszéspontjainak számára nincsen korlát, ekkor elérhető, hogy $\Theta(n^2)$ legyen az érintések száma a $\mathcal{C}$ családban.



n sokszög között $O(n^2)$ érintés

Sejtés (Pach)

Legyen $\mathcal{C}$ egy olyan n elemű görbecsalád, melyben minden görbepár pontosan egy pontban metszi egymást. Ekkor a $\mathcal{C}$ -ben az érintések száma $O(n)$.

Tétel (Ackerman, Keszegh)

Legyen $\mathcal{C}$ egy n elemű x -monoton görbékéből álló család, amiben minden görbepár pontosan egy pontban metszi egymást. Ekkor a $\mathcal{C}$ -ben az érintések száma legfeljebb $1160n$.

Sejtés

Legyen $\mathcal{C}$ egy olyan n elemű k -metsző, x -monoton és bi-infinit görbecsalád, melyben minden görbepár legalább egy pontban metszi egymást. Ekkor a $\mathcal{C}$ -ben az érintések száma $O(n)$.

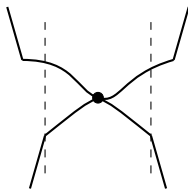
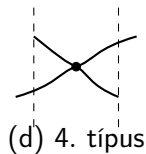
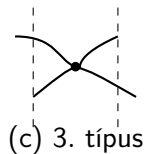
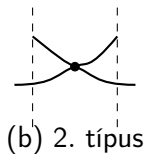
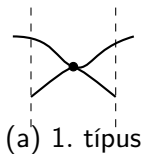
- $k = 1$ esetben az érintőgráf erdő
- $k = 2$ esetben az érintőgráf síkgráf
- A sejtésből következne a következő sejtés is, amelyben a k azonos az előbbi sejtés k értékével

Sejtés

Legyen $\mathcal{C}$ egy n elemű $(k - 2)$ -metsző, x -monoton görbecsalád, továbbá bármely kettő görbe legalább egyszer metszi egymást. Ekkor a $\mathcal{C}$ -ben az érintések száma $O(n)$.

Két sejtés kapcsolata

- Négyféle görbecsaládot is gyártunk
- Osztályozás: a görbék x -tengelyre vett vetületei egymáshoz viszonyítva



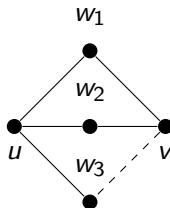
Felső korlát metszet-fordított sorozatok

Tétel (Janzer, Janzer, Methuku, Tardos)

Legyen $A^1, A^2, \dots, A^n$ metszet-fordított ciklikus sorozatok, amik rendre n elemű halmaz részhalmazai. Ekkor $\sum_{i=1}^n |A^i| = O(n^{3/2})$.

Tétel (Pinchasi, Radoicic)

Legyen G egy topológiai gráf és vegyük $L_G(v)$ ciklikus halmazokat. Ha létezik $L_G(v)$ és $L_G(u)$ sorozatok, amelyek nem metszet-fordítottak, akkor G -ben található önmetsző C_4 .



Tétel (Janzer, Janzer, Methuku, Tardos)

Legyen $\mathcal{C} = \mathcal{P} \cup \mathcal{K}$ egy n elemű görbecsalád, ahol $\mathcal{P}$ páronként diszjunkt piros, $\mathcal{K}$ is páronként diszjunkt kék görbékbl áll. Ekkor a piros és kék görbék közötti érintések száma legfeljebb $O(n^{3/2})$.

Köszönöm a figyelmet!