

Piacok árazása matroidokkal adott kiértékelési függvények esetén

Szögi Evelin
Témavezető: Bérczi Kristóf

Eötvös Loránd Tudományegyetem

2020. december 18.

A probléma ismertetése

- Adott egy $G = (S, T, E)$ teljes páros gráf, $|S| = |T|$, S : vásárlók, T : termékek
- $c : E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $c(u, v)$: u mennyire értékeli v -t
- **Közjólét (social welfare)**: egy M párosítás esetén $\sum_{e \in M} c(e)$, optimális közjólét: egy maximális súlyú teljes párosítás súlya
- **Árazás**: $p : T \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ függvény, statikus és dinamikus árazás
- **Hasznosság**: $c(u, v) - p(v)$
- Minden vásárló maximalizálni szeretné a hasznosságát

- Cél: olyan árazás megtalálása, mely esetén elérjük az optimális közjólétet a vásárlók tetszőleges érkezési sorrendje mellett
- Statikus árazás ezt nem mindig biztosítja

Állítás: Ha minden vásárló egy terméket szeretne vásárolni, akkor van jó dinamikus árazás.

Új és egyszerű bizonyítás, ötlet: Egerváry tételéből $\pi : S \cup T \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ lefogó súlyozás ($\pi(u) + \pi(v) \geq c(uv)$ minden uv élre). π -t tudjuk úgy módosítani, hogy csak azokon az éleken legyen egyenlőség, amelyek szerepelnek maximális súlyú teljes párosításban. Ez a π mutatja az árakat.

Más igényfüggvények esete

- Ha nem mindenki egy terméket szeretne vásárolni: $b : S \rightarrow \mathbb{N}$ függvény **igényfüggvény**
- Nem ismert: tetszőleges igényfüggvény esetén tetszőleges számú vásárló mellett van-e jó dinamikus árazás. Azonosan 1 igényfüggvény esete, legfeljebb 3 vásárló esete ismert.

Új eredmény:

Állítás: Ha minden vásárló egy vagy két terméket szeretne vásárolni, akkor van jó dinamikus árazás.

Ötlet: hasonlóan π lefogó súlyozásból indulunk ki. Veszélyes élhalmazok: két él egyszerre nem szerepelhetnek optimális megoldásban. Szép struktúrájuk van, elég egy sorrendet felállítani közöttük. Indukciót lehet alkalmazni.

Más igényfüggvények esete

Állítás: 3 vásárló esetén tetszőleges igényfüggvények mellett van jó dinamikus árazás.

Új és egyszerű bizonyítás, ötlet: hasonlóan π lefogó súlyozásból indulunk ki. Csak az optimális élekkal kell foglalkozni. Ismét egy jó sorrendet kell adni a tárgyaknak.

Továbbiakban: mi mondható el több vásárló esetén tetszőleges igényfüggvények mellett? Alkalmazhatóak-e az eddig használt technikák?