Fenyőpakolások alkalmazásai

Barabás Ábel
Témavezető: Király Csaba

December 22, 2022

Fenyőpakolások

Theorem

(Edmonds, erős alak)
Adott egy $D = (V, A)$ digráf, $R_1, \ldots, R_k$ részhalmazai V-nek. Mikor létezik k db éldiszjunkt feszítőfenyves, amiknek gyökérhalmazai az R_i halmazok?

Mit tudunk mondani, ha nem minden R_i-ből érhető el minden csúcs?

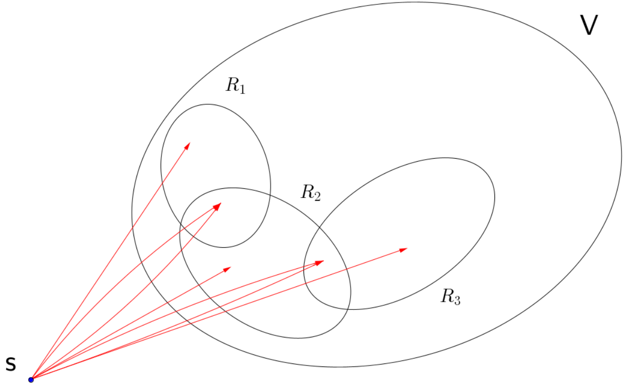
Theorem

(Katoh, Kamiyama, Takizawa, Japán fenyőtétel)
Adott egy $D = (V, A)$ digráf, $R_1, \ldots, R_k$ részhalmazai V-nek. Mikor létezik k db éldiszjunkt fenyves, amiknek gyökérhalmazai az R_i halmazok és az R_i gyökerű fenyves pontosan az R_i-ből elérhető csúcsokat feszíti?

Edmonds tétel $\Rightarrow$ Japán fenyőtétel

Ekvivalens megfogalmazás

Adott egy 0 befokú s csúcs (nem eleme V-nek), a kimenő éleket (gyökérélek) partícionáljuk, a partíció osztályaiba tartozó élek végpontjai megfelelnek az R_i halmazoknak.



Matroid alapú fenyőpakolások

Definiáljunk egy M matroidot a gyökéréleken.

Theorem

(Durand de Gevigney, Nguyen, Szigeti)
Adott $D = (V + s, A)$ digráf, M matroid a gyökéréleken. Mikor léteznek $T_1, \dots T_k$ éldiszjunkt s-fenyők, amelyekre minden i-re T_i pontosan egy e_i gyökérélet tartalmaz, és minden $v \in V$ csúcsra $\{e_i : v \in T_i\}$ M egy bázisát alkotja?

Az ilyen fenyőpakolásokat M-alapú fenyőpakolásnak hívjuk.
Ennek a tételnek is van elérhetőségi verziója (Király Cs.), ami belátható ebből a tételből.

LATEX

További tervek

Theorem

(Bérczi, Frank)
Adott egy $D = (V, A)$ *digráf és* $\mu_1, \ldots, \mu_k$ *természetes számok. Mikor létezik k db éldiszjunkt feszítőfenyves, melyekre az i. mérete* μ_i*?*

Több feltételt is kiköthetünk, a fenti tételben.
Cél: Adott egy $D = (V, A)$ digráf es egy M matroid. Mikor tudunk úgy behúzni egy $s \notin V$ csúcsból gyökérélеket V-be és a gyökérélekre ráképezni a matroidot úgy, hogy létezzen M-alapú fenyőpakolás?

LaTeX