KOMBINATORIKUS OPTIMALIZÁLÁSI SEJTÉSEK SZÁMÍTÓGÉPES ELLENŐRZÉSE

Kelemen Ádám Olivér

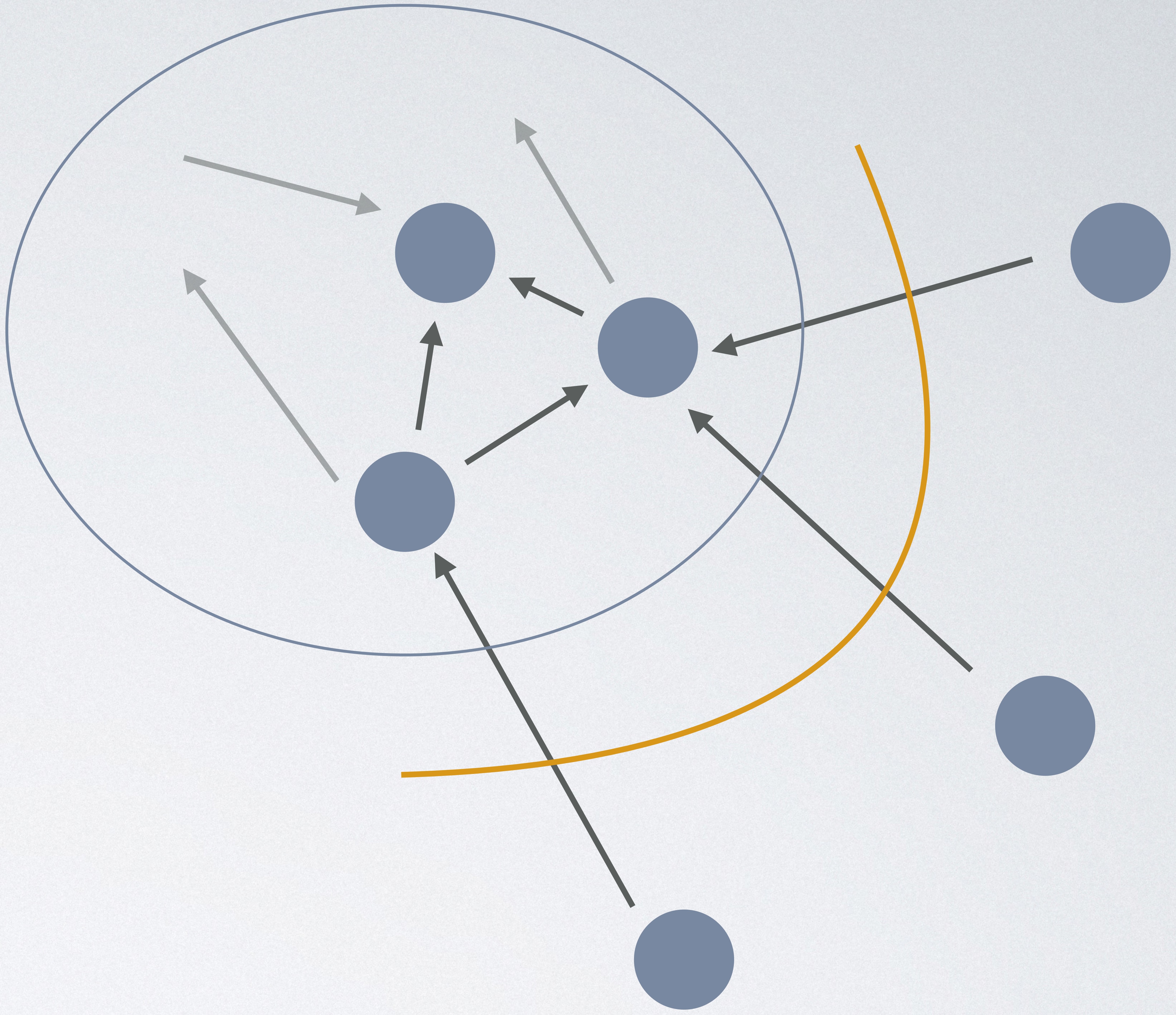
ELŐZŐ FÉLÉV

- C++
- Lemon library
- Woodall-sejtés
- IP feladat

ELŐZŐ FÉLÉV

Woodall-sejtés

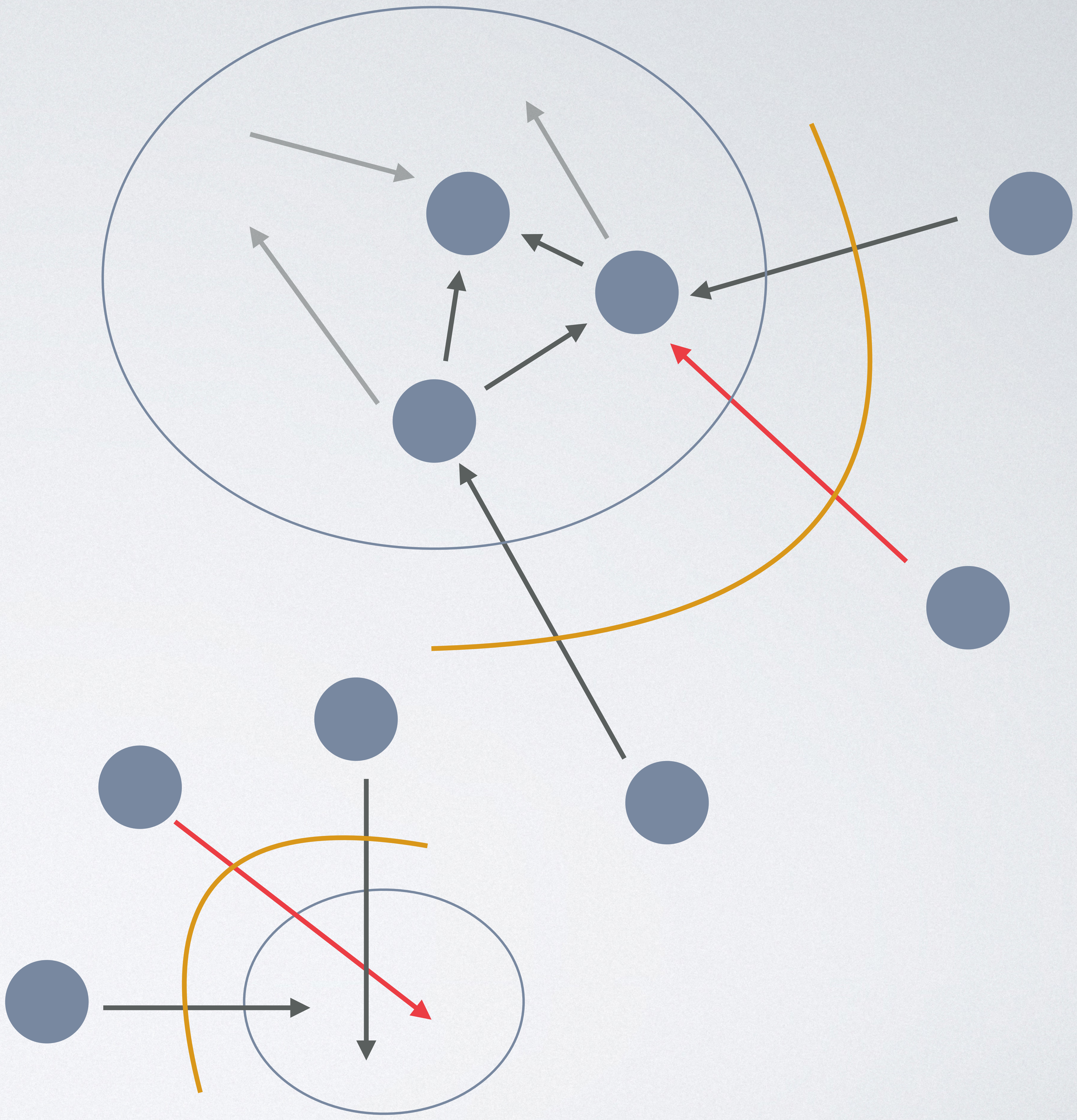
Ha D irányított gráf, melyben a legkisebb irányított vágás mérete k, akkor D tartalmaz k db diszjunk dijoin-t.



ELŐZŐ FÉLÉV

Woodall-sejtés

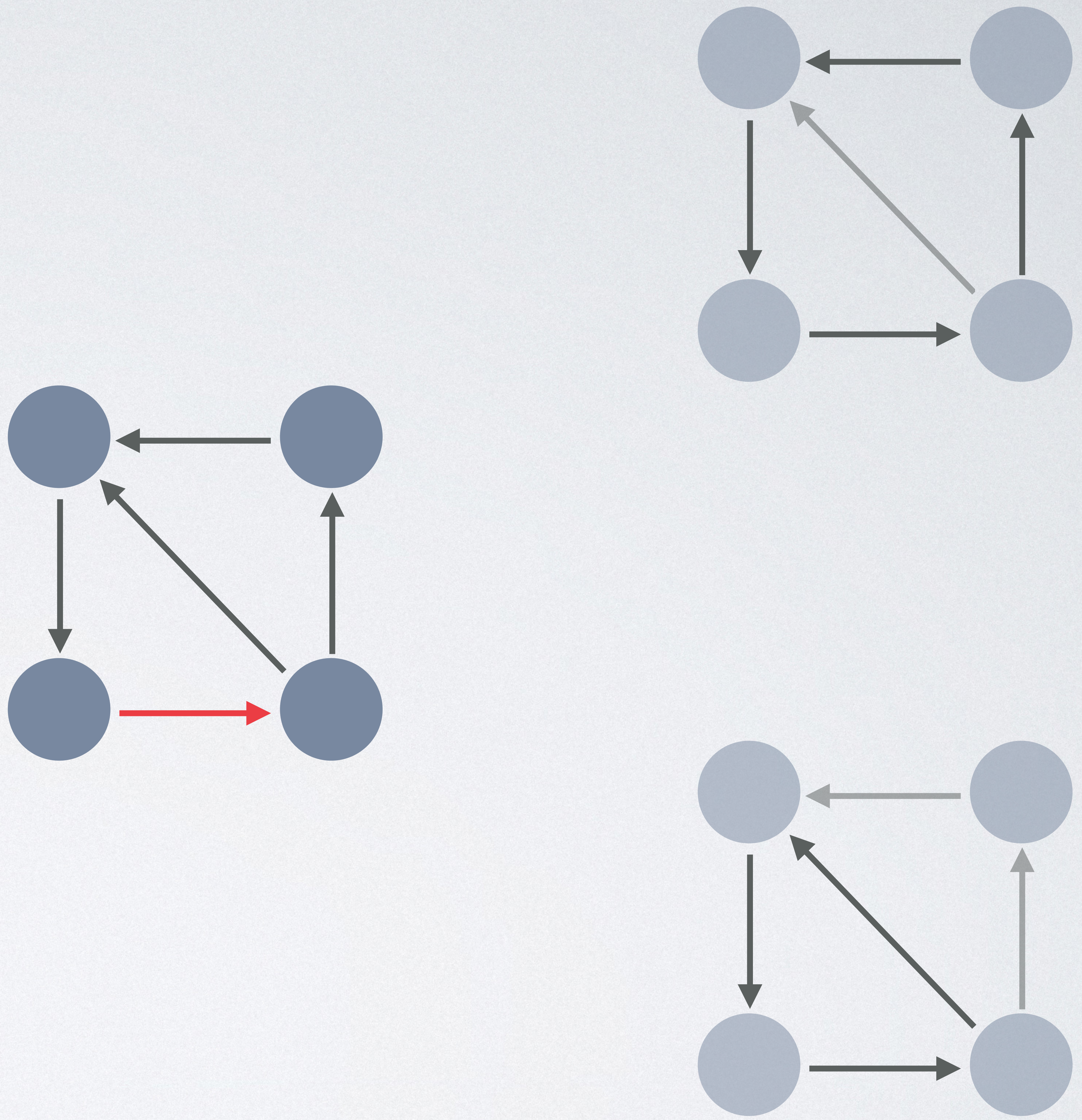
Ha D irányított gráf, melyben a legkisebb irányított vágás mérete k, akkor D tartalmaz k db diszjunk dijoin-t.



ELŐZŐ FÉLÉV

Projektfeladat

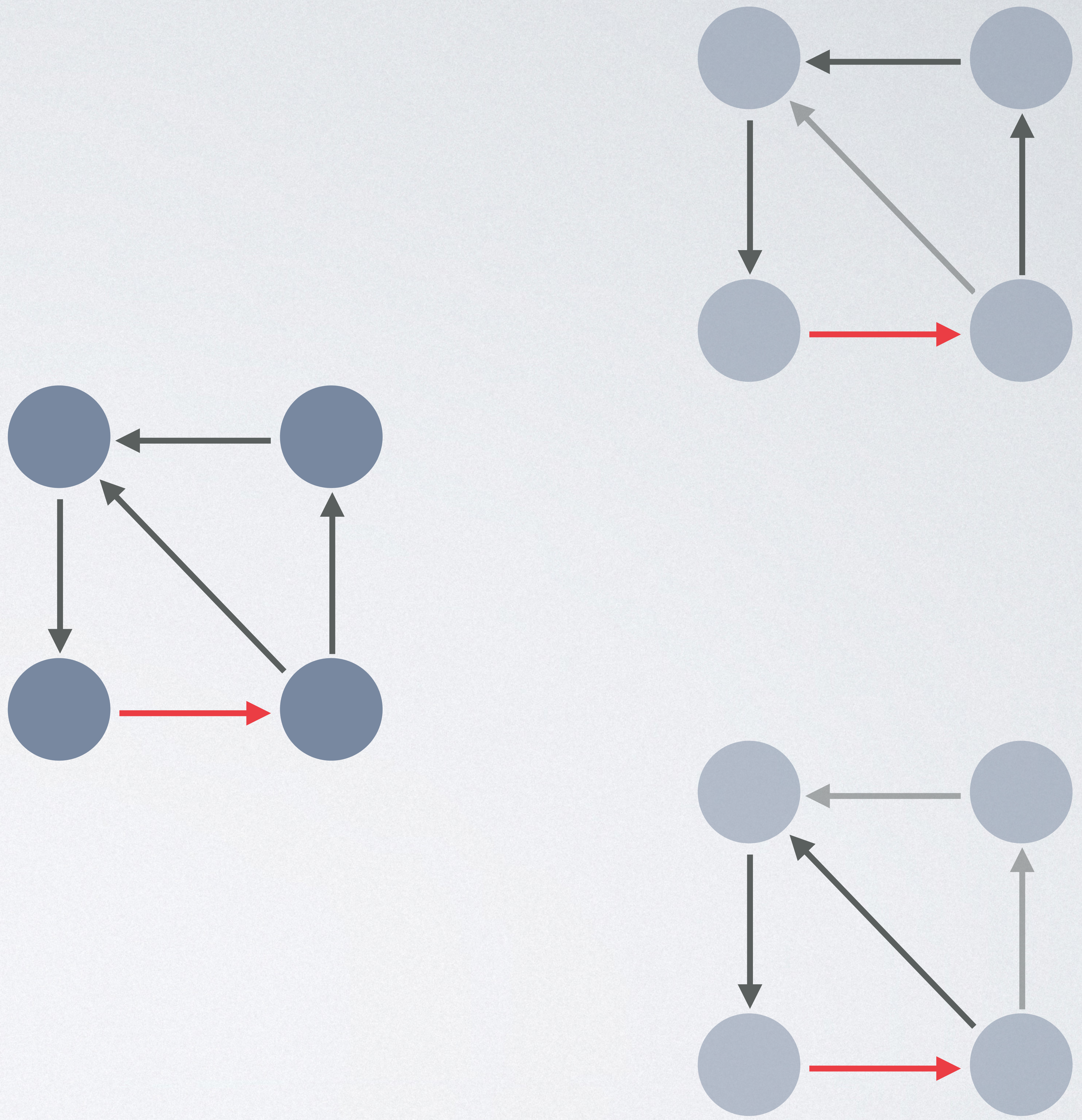
Ha D irányított, erősen összefüggő gráf, akkor tartalmaz három, páronként diszjunk feedback arc set-et.



ELŐZŐ FÉLÉV

Projektfeladat

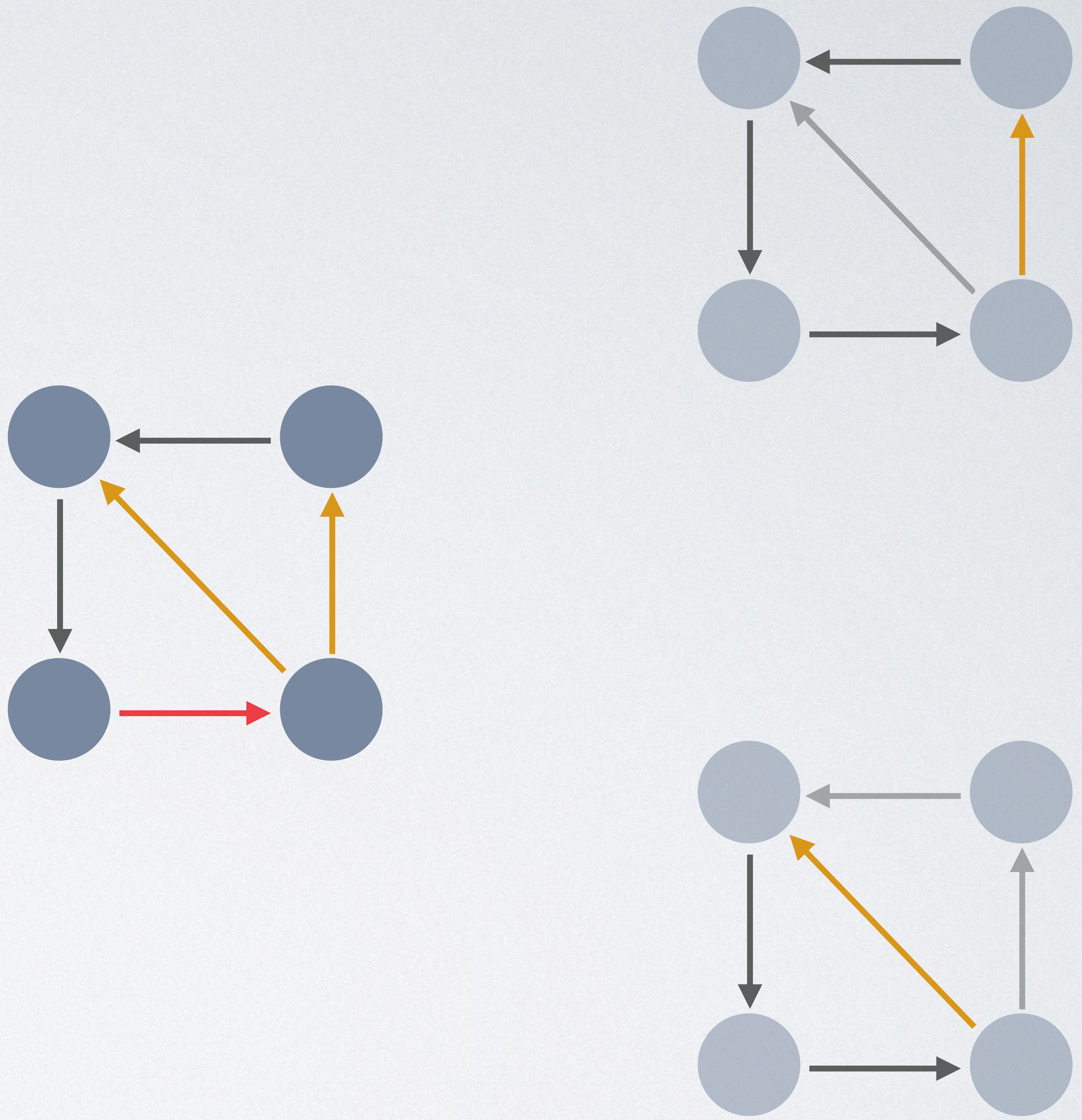
Ha D irányított, erősen összefüggő gráf, akkor tartalmaz három, páronként diszjunk feedback arc set-et.



ELŐZŐ FÉLÉV

Projektfeladat

Ha D irányított, erősen összefüggő gráf, akkor tartalmaz három, páronként diszjunk feedback arc set-et.



3 DISZJUNKT FEEDBACK ARC SET

- Egy feedback arc set keresés
- IP feladat

$$\min_{y} \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{j-1} c_{k,j} y_{k,j} + \sum_{l=j+1}^{n} c_{l,j}(1 - y_{j,l}) \right)$$

$$\begin{aligned} y_{i,j} + y_{j,k} - y_{i,k} &\le 1, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ -y_{i,j} - y_{j,k} + y_{i,k} &\le 0, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ y_{i,j} &\in \{0,1\}, \quad 1 \le i < j \le n \end{aligned}$$

3 DISZJUNKT FEEDBACK ARC SET

$$\begin{aligned}\min_{(y,y',y'')} \sum_{j=1}^{n} \Bigg(& \sum_{k=1}^{j-1} c_{k,j} y_{k,j} + \sum_{l=j+1}^{n} c_{l,j}(1 - y_{j,l}) + \\ & \sum_{k=1}^{j-1} c_{k,j} y'_{k,j} + \sum_{l=j+1}^{n} c_{l,j}(1 - y'_{j,l}) + \\ & \sum_{k=1}^{j-1} c_{k,j} y''_{k,j} + \sum_{l=j+1}^{n} c_{l,j}(1 - y''_{j,l}) \Bigg)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{i,j} + y_{j,k} - y_{i,k} &\le 1, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ -y_{i,j} - y_{j,k} + y_{i,k} &\le 0, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ y'_{i,j} + y'_{j,k} - y'_{i,k} &\le 1, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ -y'_{i,j} - y'_{j,k} + y'_{i,k} &\le 0, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ y''_{i,j} + y''_{j,k} - y''_{i,k} &\le 1, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ -y''_{i,j} - y''_{j,k} + y''_{i,k} &\le 0, \quad 1 \le i < j < k \le n \\ y_{i,j}, y'_{i,j}, y''_{i,j} &\in \{0,1\}, \quad 1 \le i < j \le n \\ y_{i,j} + y'_{i,j} + y''_{i,j} &= 1, \quad 1 \le i < j \le n \quad (i,j) \in E \\ 3 - y_{j,i} - y'_{j,i} - y''_{j,i} &= 1, \quad 1 \le i < j \le n \quad (j,i) \in E \end{aligned}$$

3 DISZJUNKT FEEDBACK ARC SET

- Kis gráfokon ellenőrzés
- $n \leq 6$
- $17000 \leq$ gráf

Ha D irányított, erősen összefüggő gráf, akkor tartalmaz három, páronként diszjunk feedback arc set-et.

A legfeljebb 6 csúcsú gráfok között nincs ellenpélda.

MINIMUM FEEDBACK ARC SET ALGORITMUS

MINIMUM FEEDBACK ARC SET

- Tisztán gráfalgoritmus
- Tetszőleges gráfokon alkalmazható
- Optimális, nem közelítő megoldás

MINIMUM FEEDBACK ARC SET

- Tisztán gráfalgoritmus
- Tetszőleges gráfokon alkalmazható
- Optimális, nem közelítő megoldás

Robert Kudelić
Monte-Carlo randomized algorithm for minimum feedback arc set

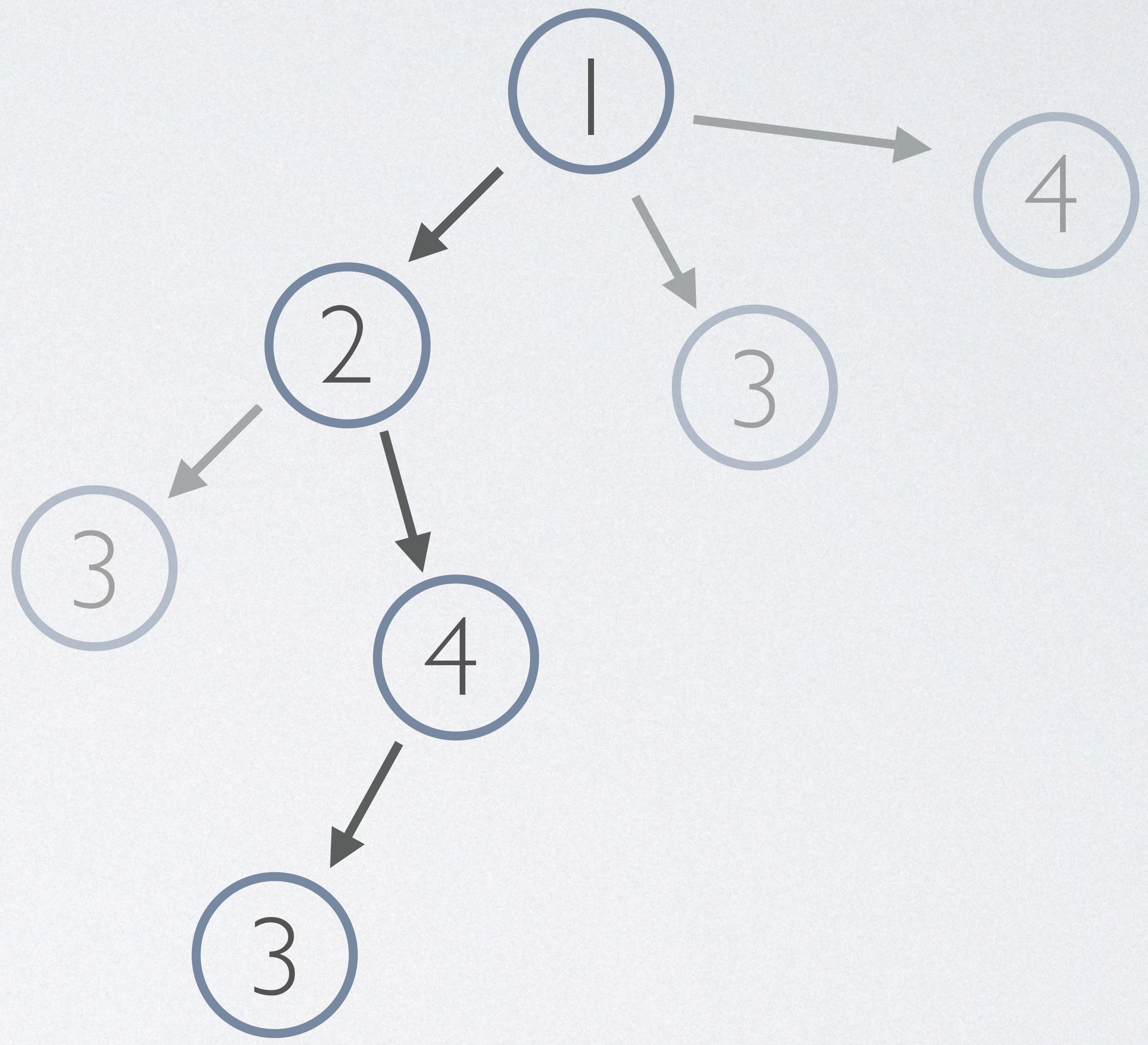
Branch and Bound algoritmus

BRANCH AND BOUND ALGORITMUS

- Fa növesztés
- Vágás
- Következő feldolgozandó csúcs kiválasztás

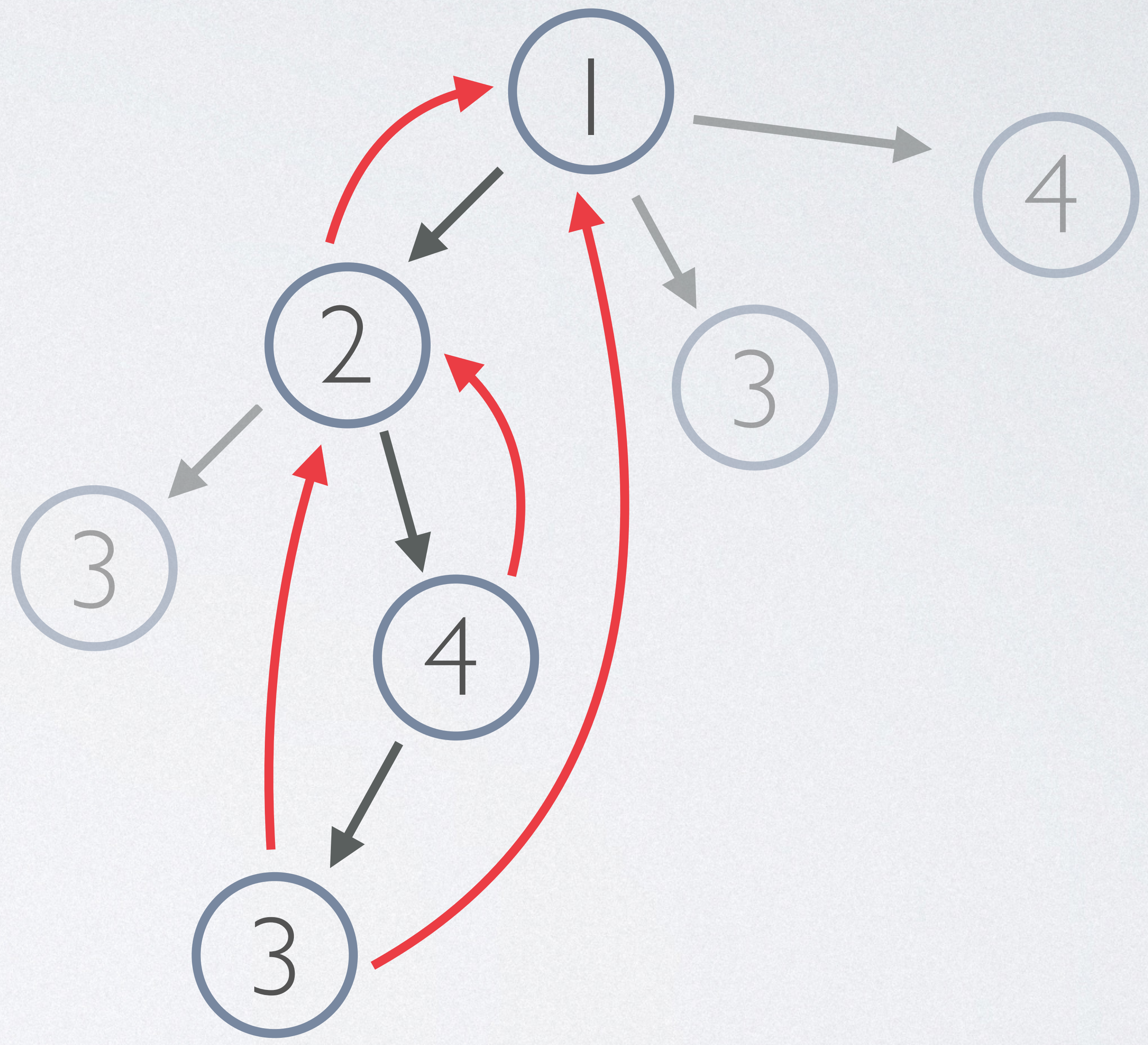
FELÉPÍTÉS

- Állapotfa
- Ág = csúcsok permutációja



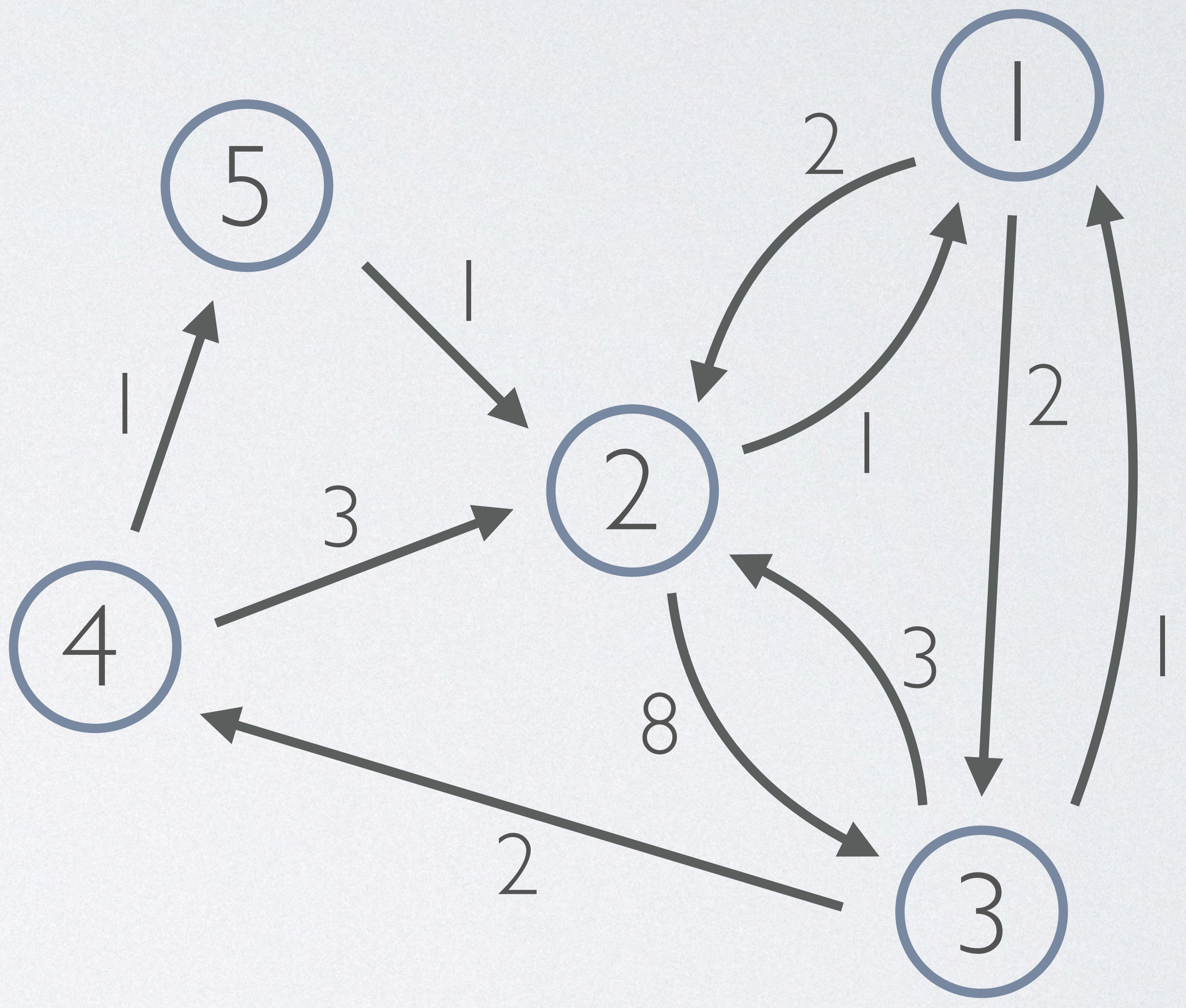
FELÉPÍTÉS

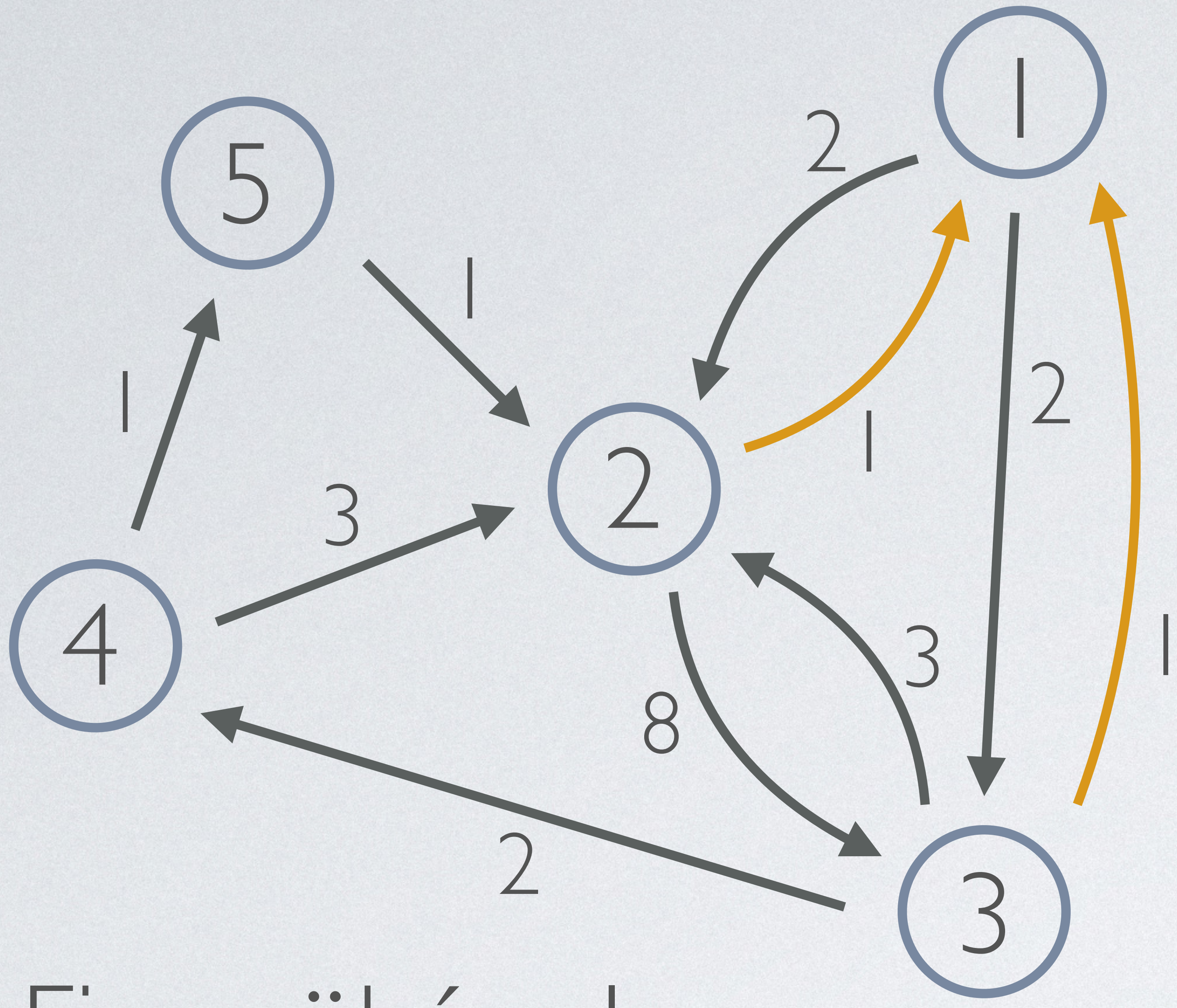
- Állapotfa
- Ág = csúcsok permutációja
- Visszaélek összege = FAS



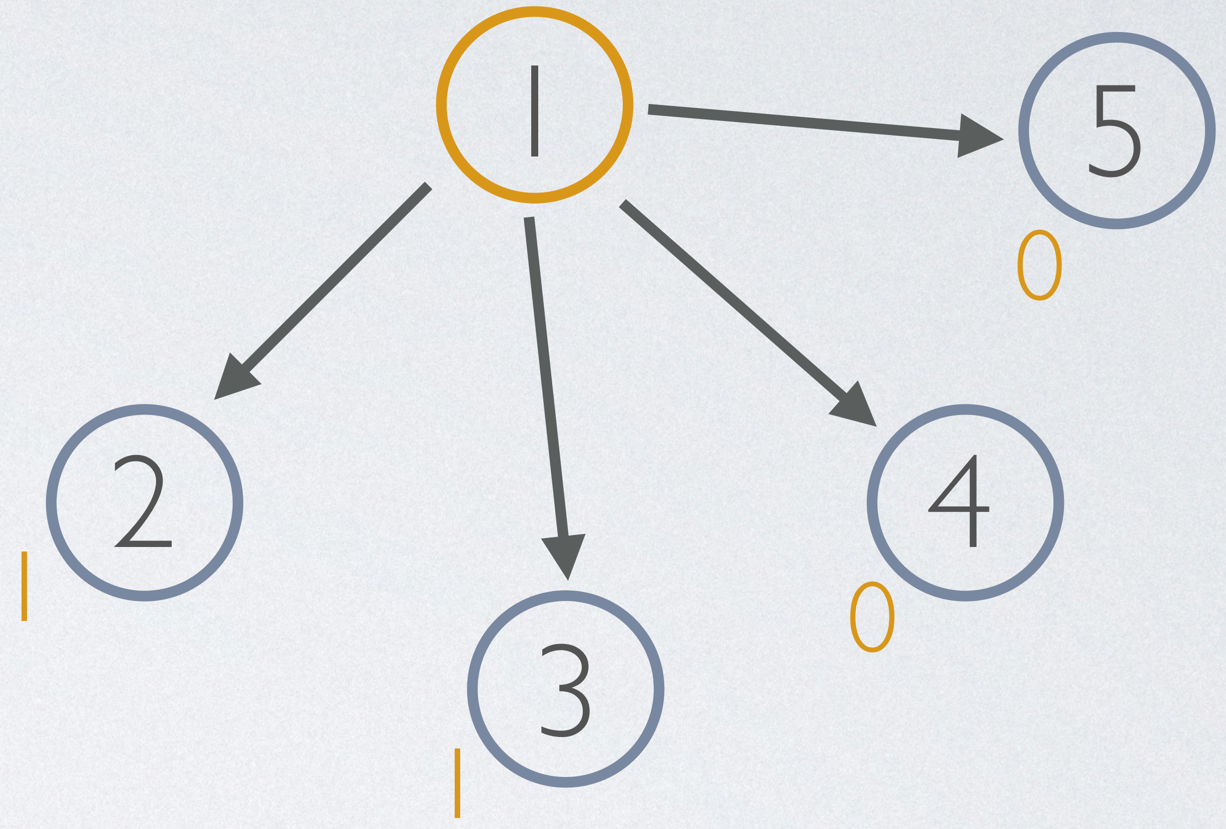
FA NÖVESZTÉS

- Fix gyökér elem
- Növesztés = csúcs feldolgozás
- Csúcsokhoz rendelt súly érték



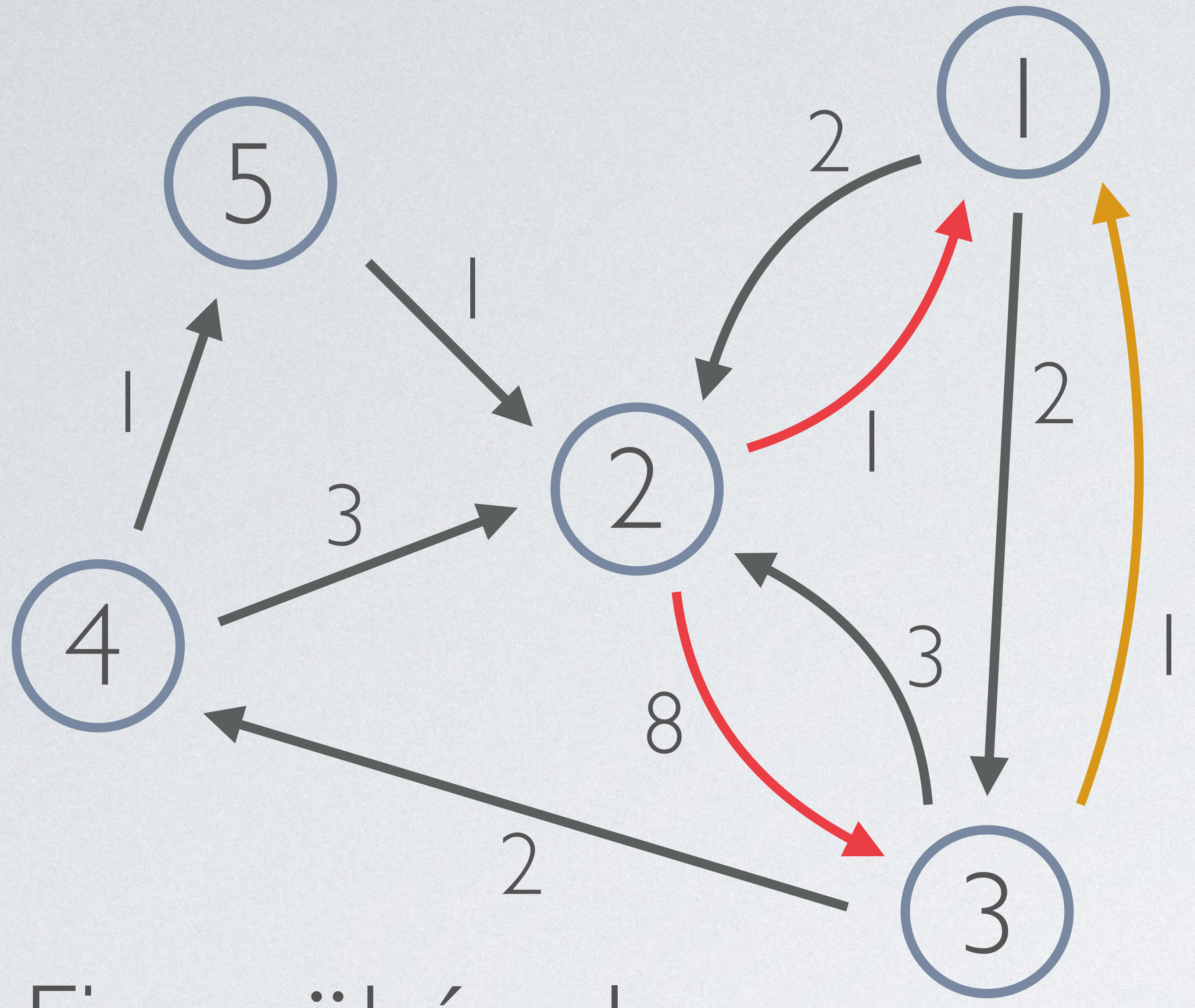


FA NÖVESZTÉS

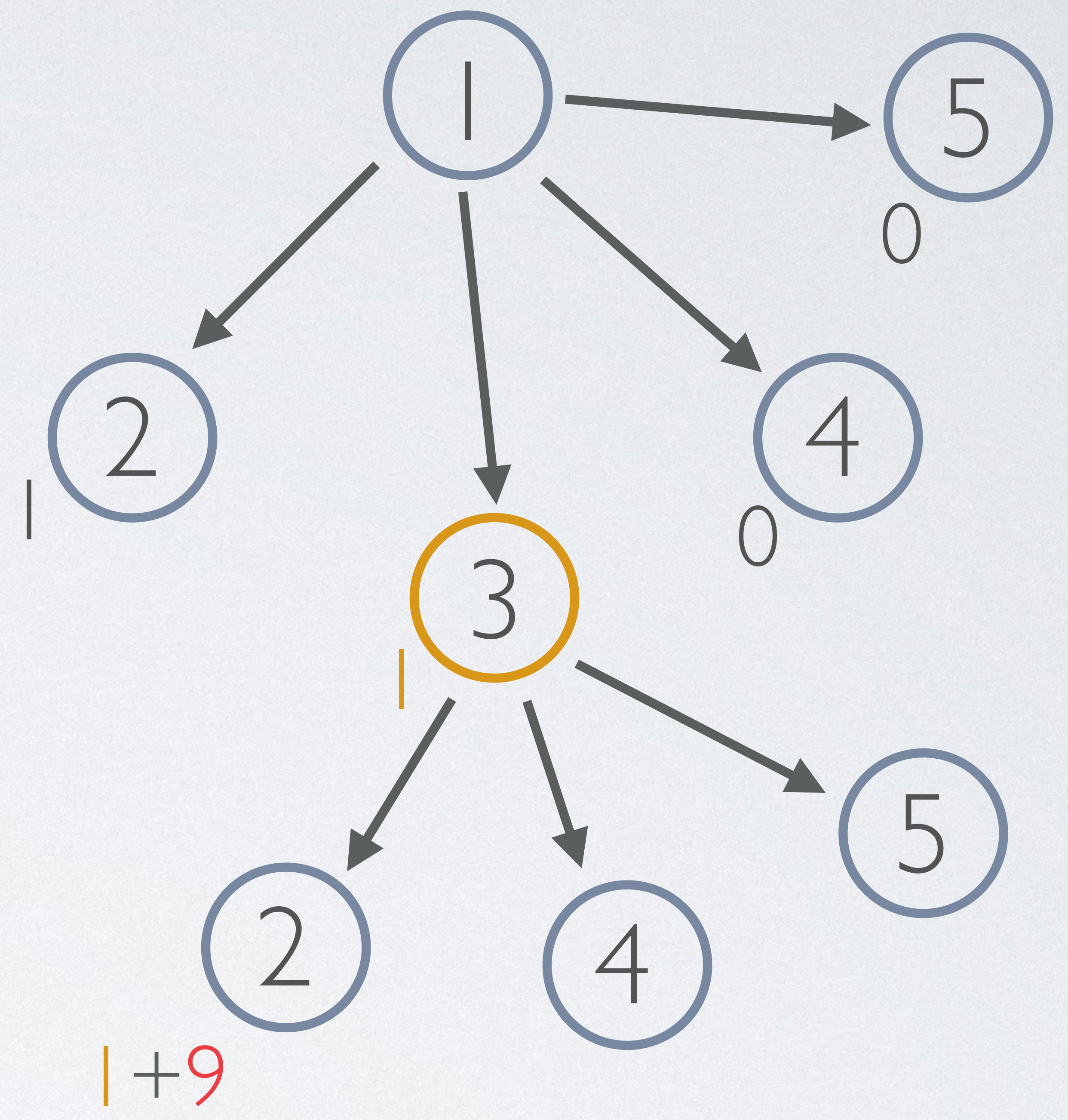


- Fix gyökér elem
- Növesztés = csúcs feldolgozás
- Csúcsokhoz rendelt súly érték

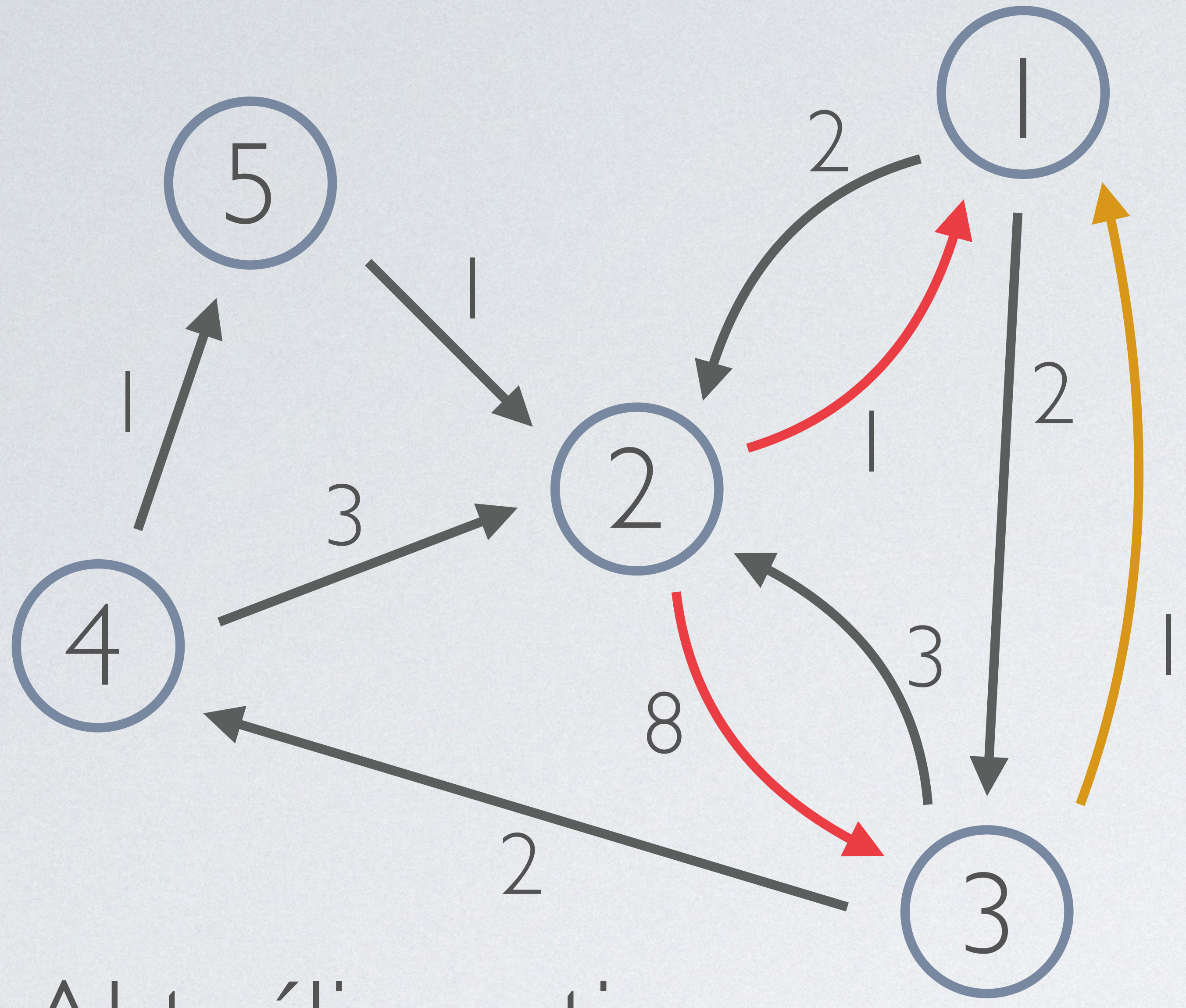
FA NÖVESZTÉS



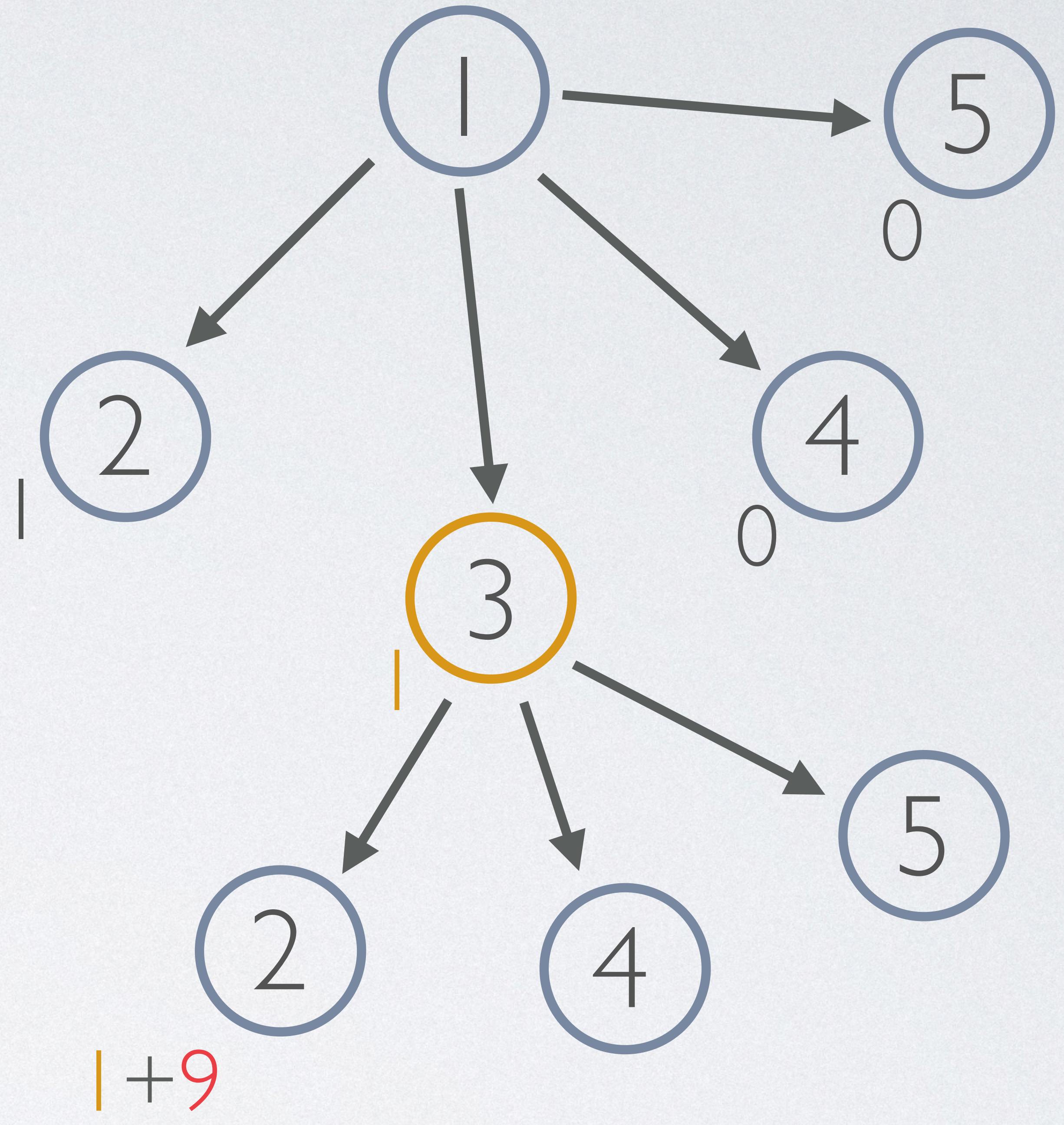
- Fix gyökér elem
- Növesztés = csúcs feldolgozás
- Csúcsokhoz rendelt súly érték
- Súlyok örököltetése



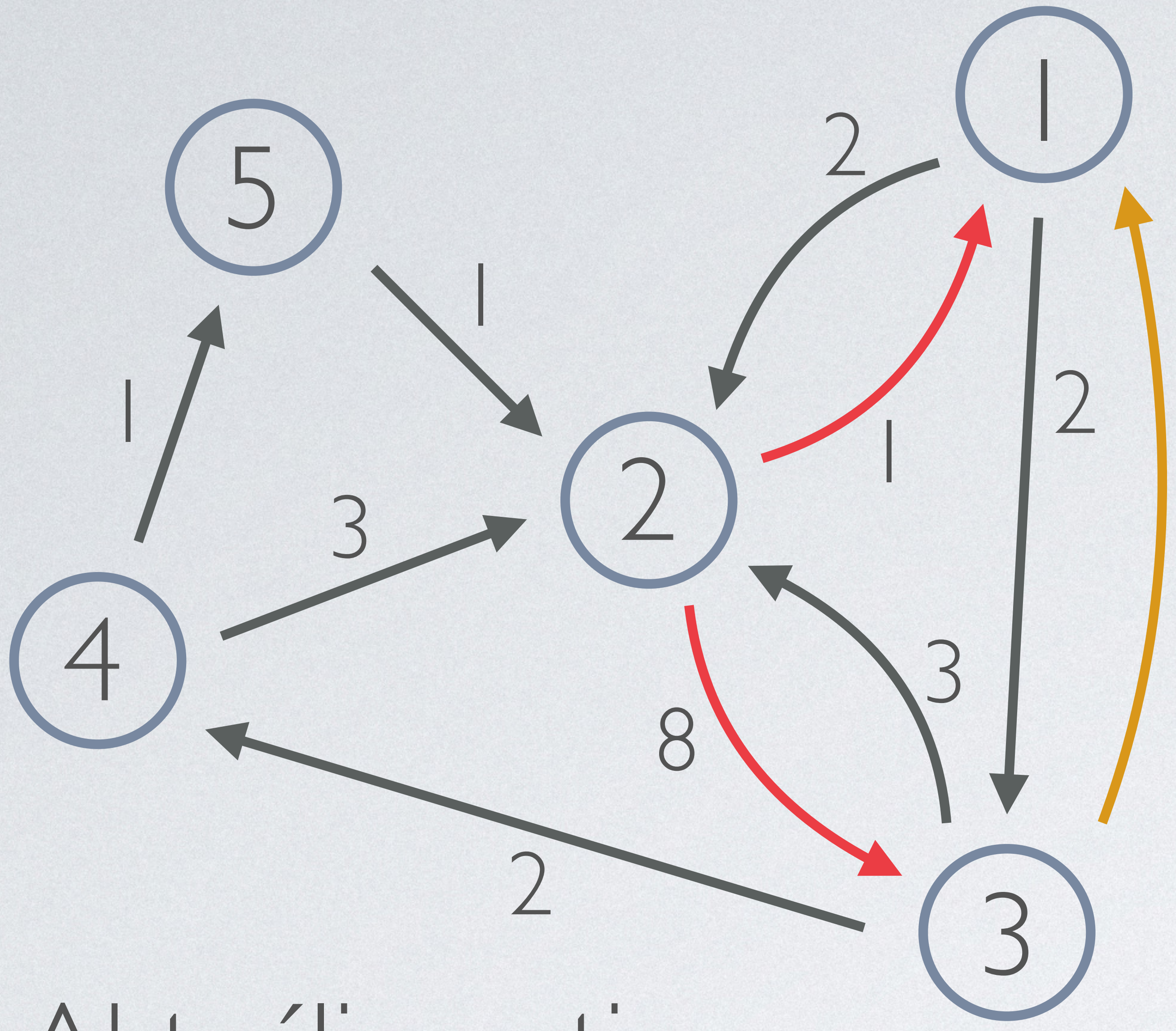
VÁGÁS



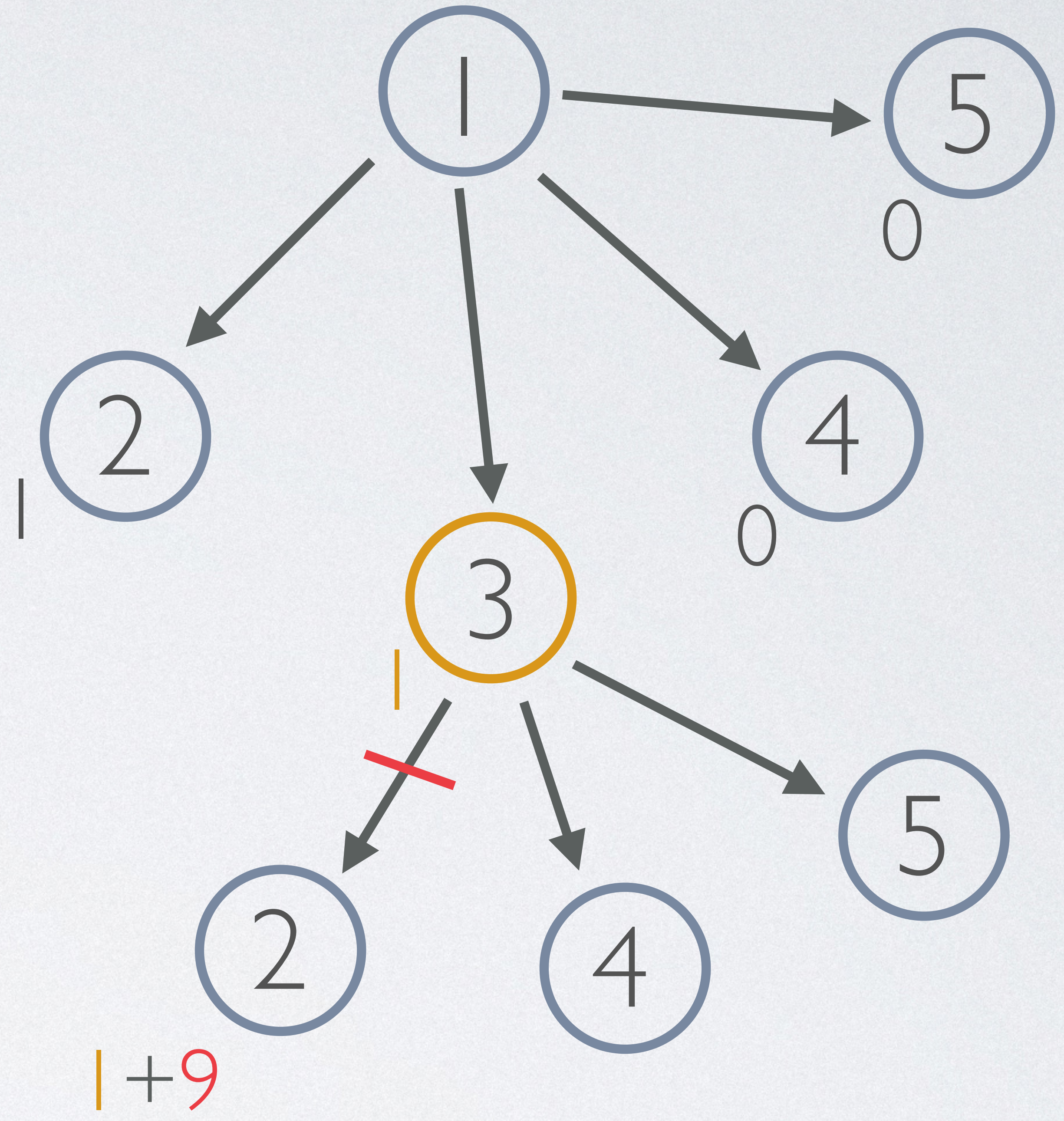
- Aktuális optimum
- Súly = részpermutáció FAS-e
- Vágás feltétel: súly ≥ opt



VÁGÁS

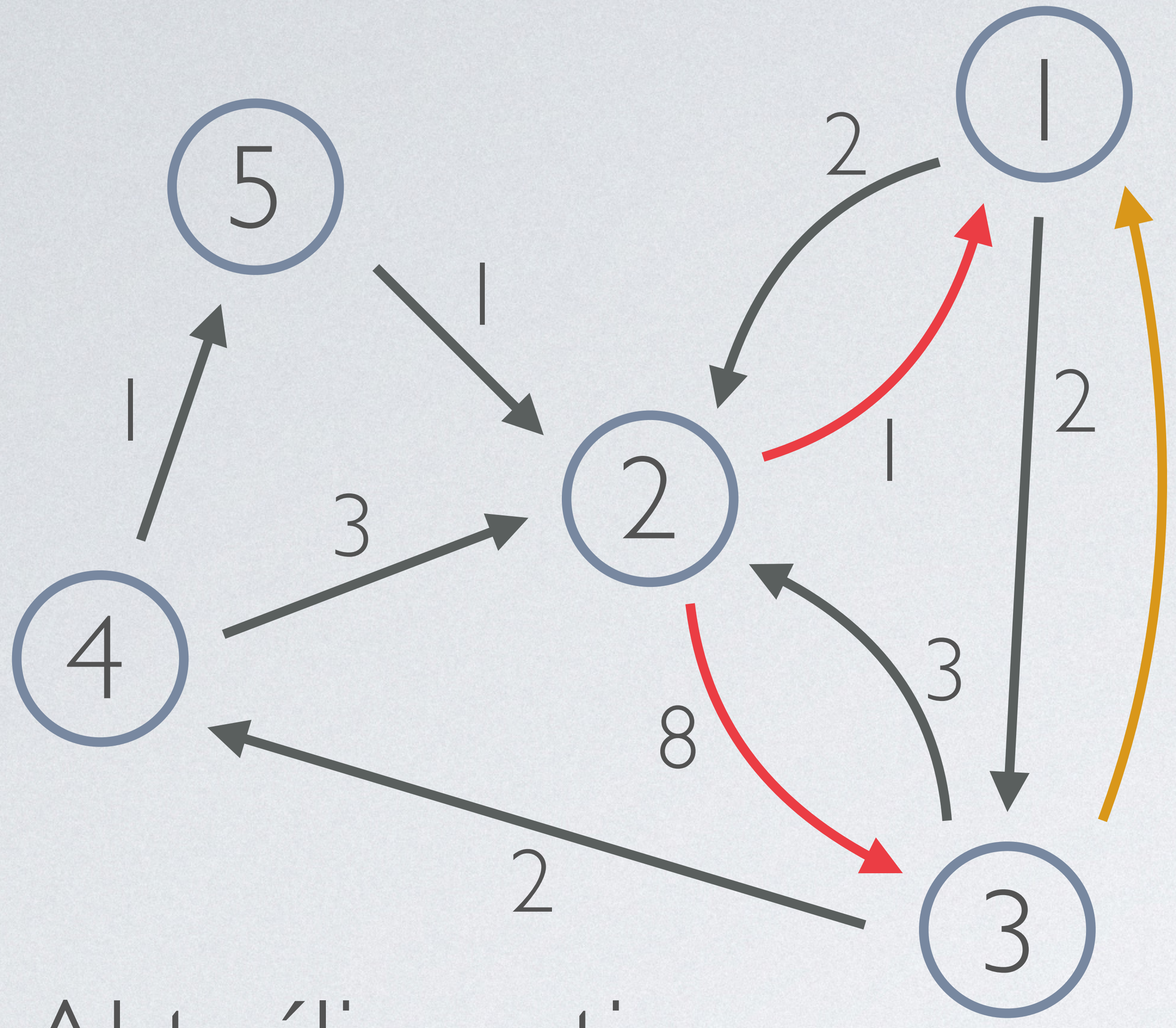


opt = 7



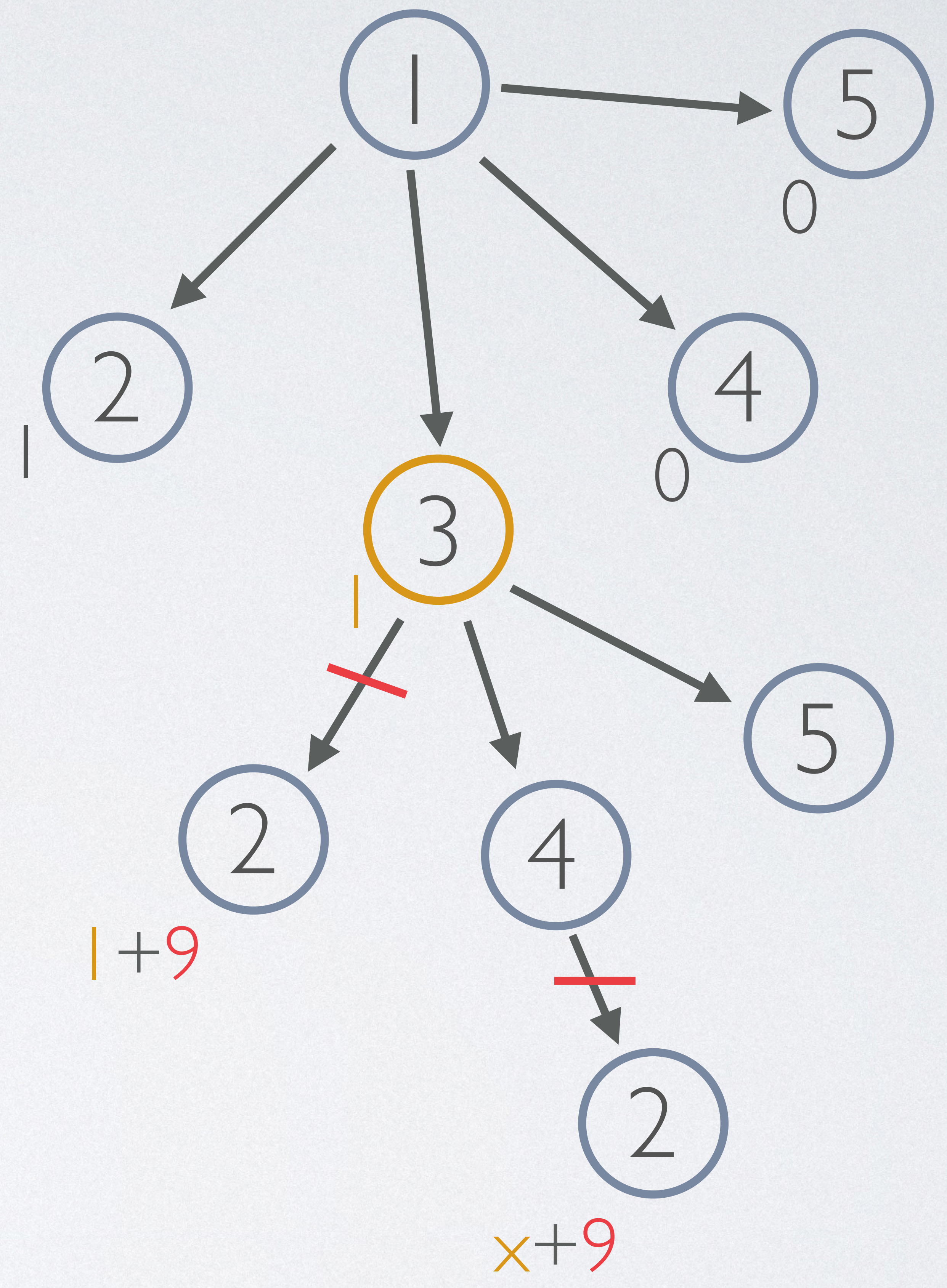
- Aktuális optimum
- Súly = részpermutáció FAS-e
- Vágás feltétel: súly ≥ opt

VÁGÁS

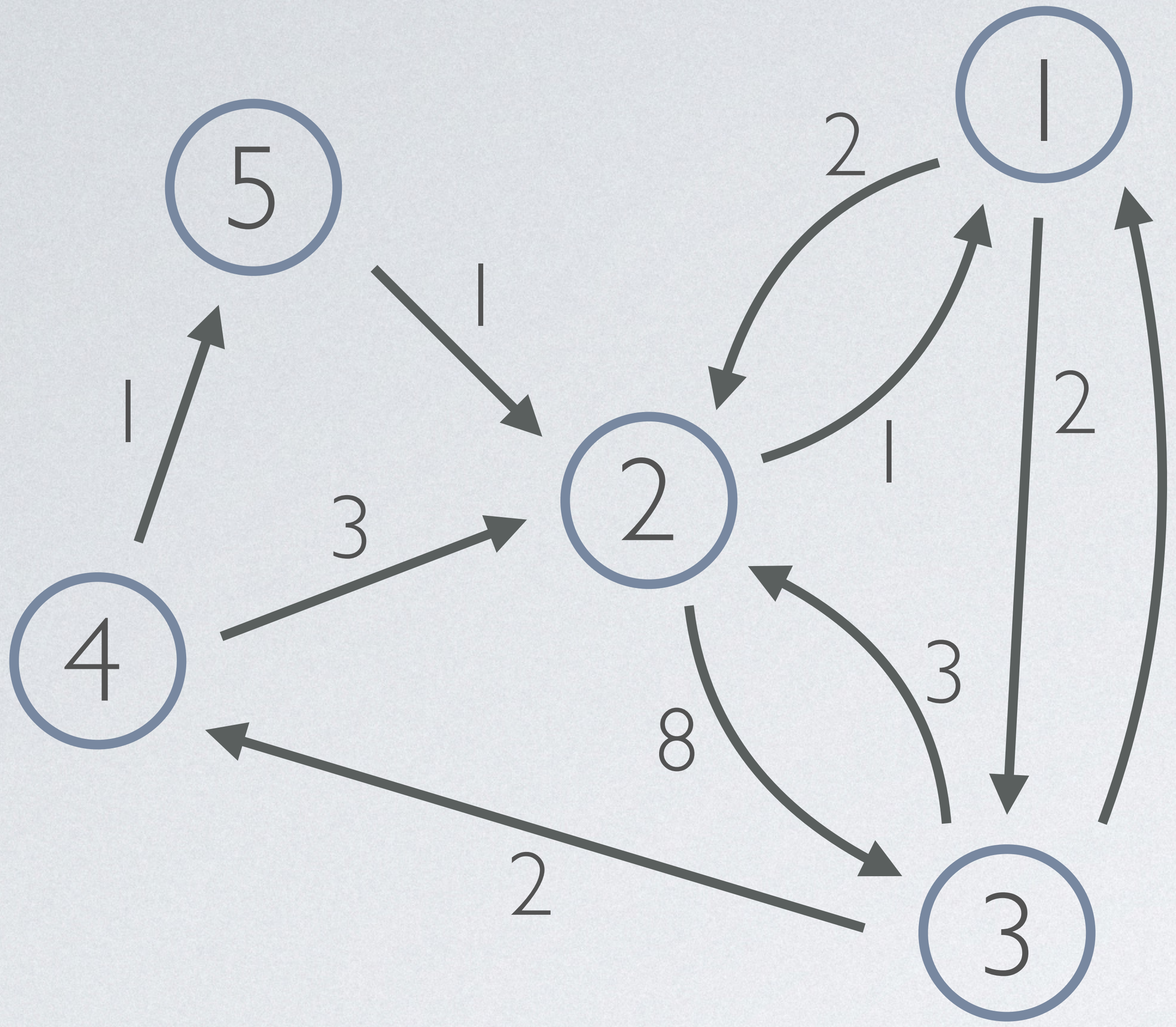


- Aktuális optimum
- Súly = részpermutáció FAS-e
- Vágás feltétel: súly ≥ opt

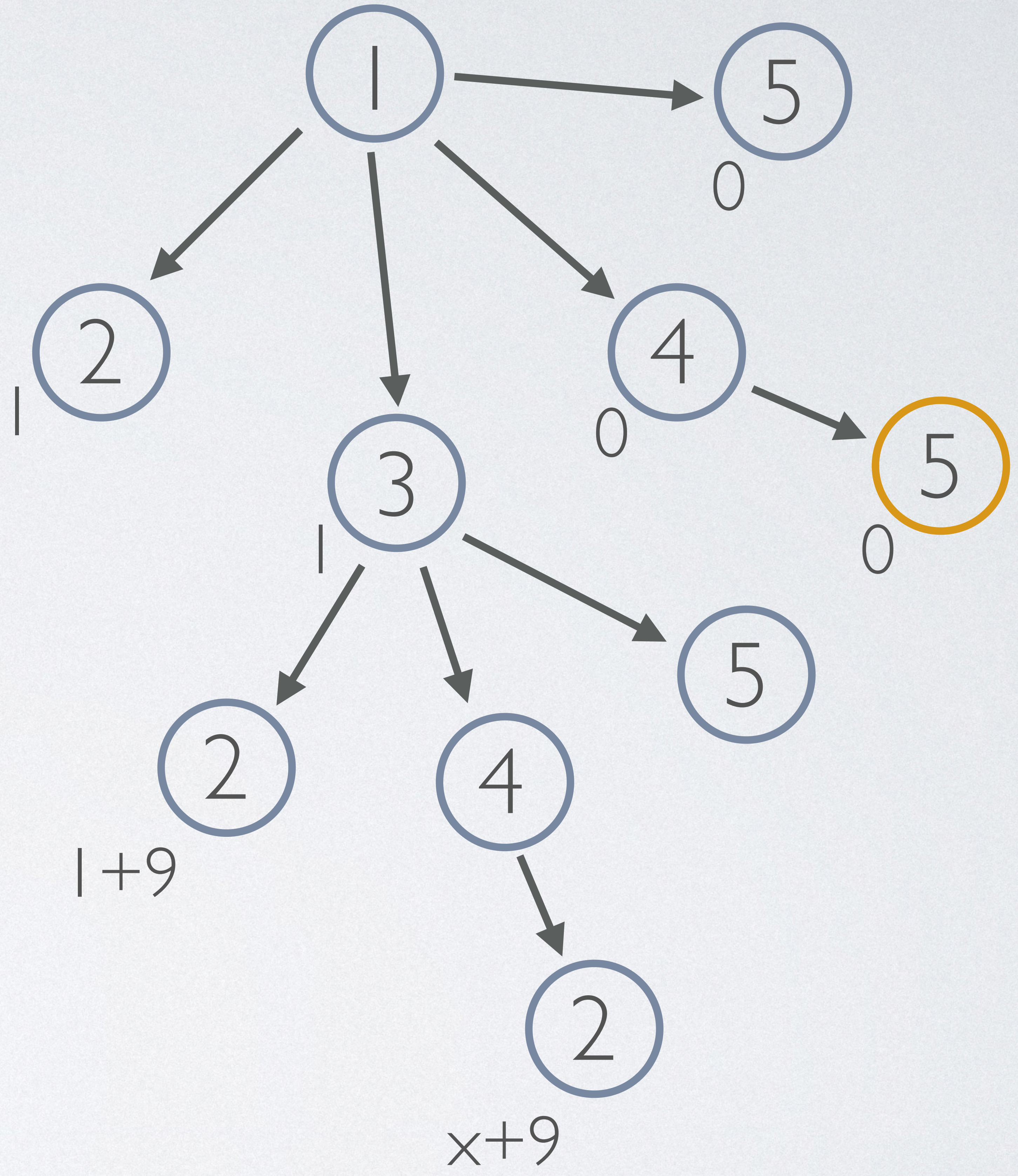
opt = 7



KIVÁLASZTÁS



opt = 7



- Legkisebb súly

- Azonos súlyok esetén a fában mélyebben lévő

GRÁF GENERÁTOR

- Hurokél mentes
- Oda-vissza él lehetséges

10 csúcs, 65 irányított él, 1-2 élsúly
19 sec

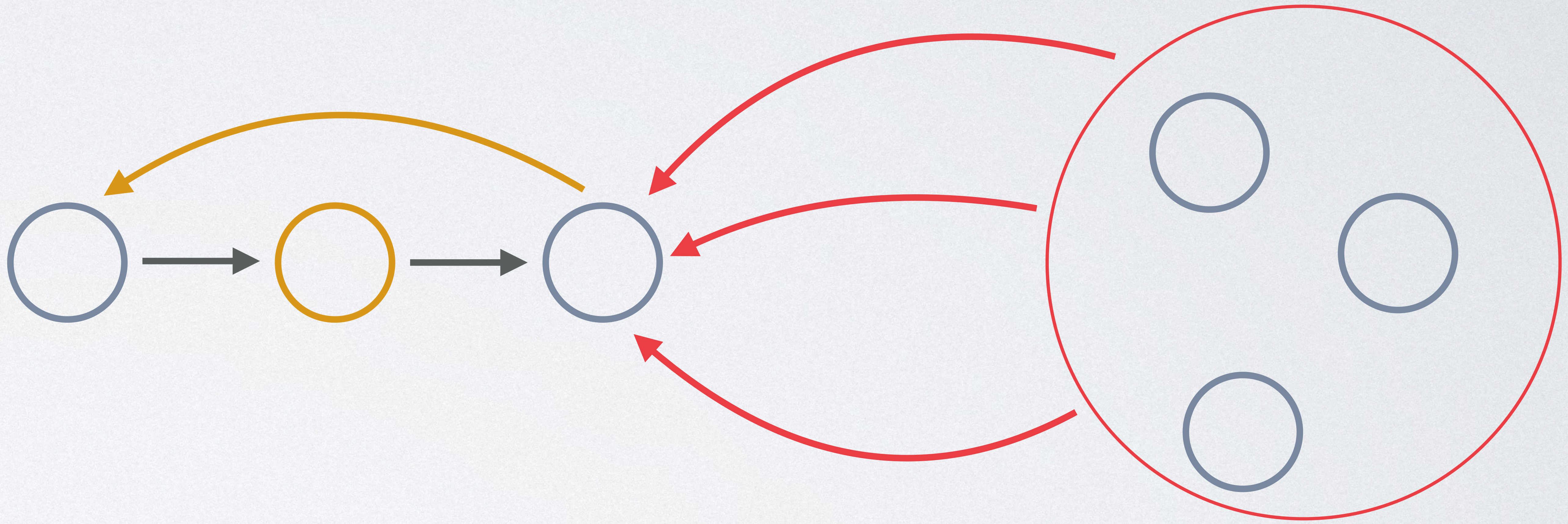
11 csúcs, 92 irányított él, fix 1 élsúly
450 sec

MÓDOSÍTÁSOK

- Teljes fa feldolgozás
- Élsúlyok tárolása NodeMap-ben
- Létrejött fa csúcsok száma
- Beérkező élek súlya

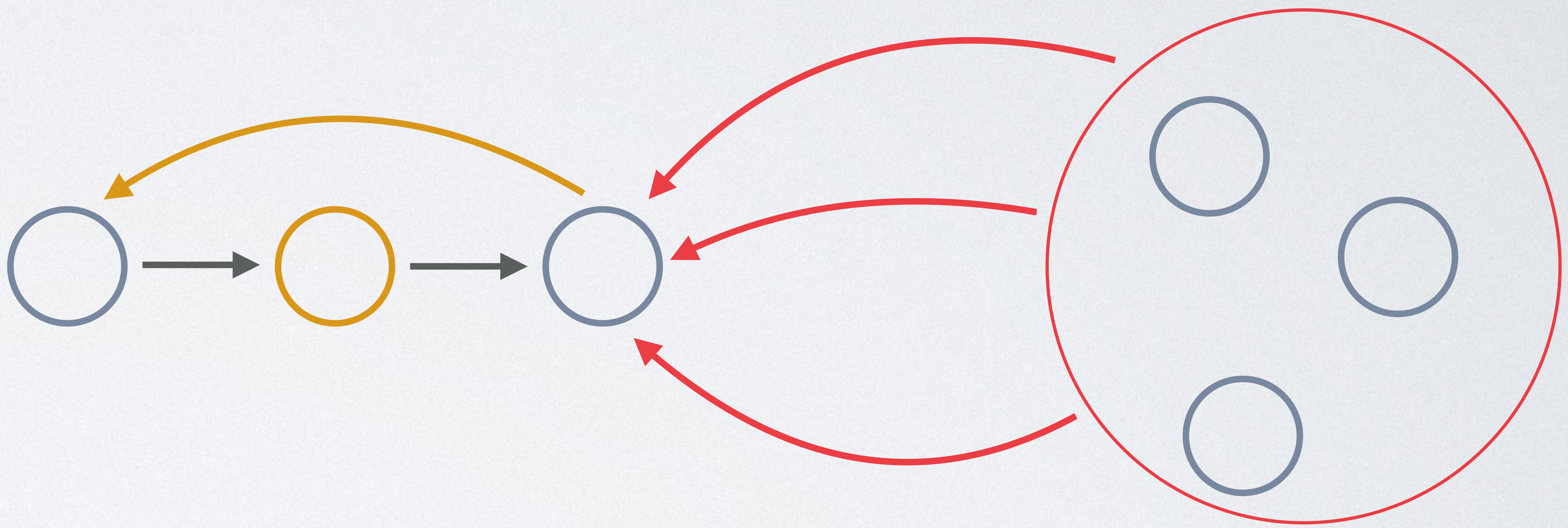
MÓDOSÍTÁSOK

- Teljes fa feldolgozás
- Élsúlyok tárolása NodeMap-ben
- Létrejött fa csúcsok száma
- Beérkező élek súlya



MÓDOSÍTÁSOK

- Teljes fa feldolgozás
- Élsúlyok tárolása NodeMap-ben
- Létrejött fa csúcsok száma
- Beérkező élek súlya
- Kiválasztás módosítás



MÓDOSÍTÁSOK

- Teljes fa feldolgozás
- Élsúlyok tárolása NodeMap-ben
- Létrejött fa csúcsok száma
- Beérkező élek súlya
- Kiválasztás módosítás

10 csúcs, 65 irányított él	11 csúcs, 92 irányított él
19 sec	450 sec
1 sec	13-16 sec
	28,5 M
	3,5 M

TOVÁBBI ÖTLETEK, LEHETŐSÉGEK

- Diszjunkt körök száma
- 0 befok esete létrehozásnál
- Felesleges csúcsok, részfák törlése
- Dinamikus következő elem kiválasztás
- Összevetés a Gurobi algoritmussal

Köszönöm a figyelmet!