

Perkolációs modellek paramétere

Egyéni kutatómunka 1 beszámoló

Szemerédi Levente

Témavezető: Terpai Tamás

2021. december 17.

Vizsgált modell

Definíció

Adott $p \in [0, 1]$ és N pozitív egész szám. Vegyük az $N \times N \times N$ -es 3-tóruszrácsot. Minden élre függetlenül írjunk rá egy $[0, 1]$ -ből egyenletes eloszlással választott számot, ez a T_N felcímkézett tóruszrács. $S_{p,N}$ az a CW-komplexus, mely 0-cellái T_N csúcsai, 1-cellái pedig T_N azon élei, melyekre legalább p került.

Indukált leképezés a homológiákon

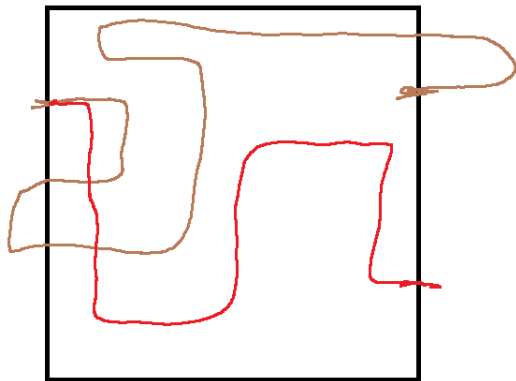
Definíció

Legyen $\phi : S_{p,N} \rightarrow \mathbb{T}^3$ a beágyazás. Ez indukál egy ϕ_* leképezést az 1-homológiákon.

Indukált leképezés a homológiákon

Definíció

Legyen $\phi : S_{p,N} \rightarrow \mathbb{T}^3$ a beágyazás. Ez indukál egy ϕ_* leképezést az 1-homológiákon.



Vizsgált kérdések

Az előbb definiált ϕ_* kapcsán több kérdés is felmerülhet, ezeket vizsgáltam.

▶ $\phi_* \neq 0$?

Vizsgált kérdések

Az előbb definiált ϕ_* kapcsán több kérdés is felmerülhet, ezeket vizsgáltam.

- ▶ $\phi_* \neq 0$?
- ▶ ϕ_* képében benne van valamelyik standard generátor?

Vizsgált kérdések

Az előbb definiált ϕ_* kapcsán több kérdés is felmerülhet, ezeket vizsgáltam.

- ▶ $\phi_* \neq 0$?
- ▶ ϕ_* képében benne van valamelyik standard generátor?
- ▶ ϕ_* képében van-e (kettő vagy) három független elem?

Vizsgált kérdések

Az előbb definiált ϕ_* kapcsán több kérdés is felmerülhet, ezeket vizsgáltam.

- ▶ $\phi_* \neq 0$?
- ▶ ϕ_* képében benne van valamelyik standard generátor?
- ▶ ϕ_* képében van-e (kettő vagy) három független elem?
- ▶ ϕ_* szürjektív?

Vizsgált kérdések

Az előbb definiált ϕ_* kapcsán több kérdés is felmerülhet, ezeket vizsgáltam.

- ▶ $\phi_* \neq 0$?
- ▶ ϕ_* képében benne van valamelyik standard generátor?
- ▶ ϕ_* képében van-e (kettő vagy) három független elem?
- ▶ ϕ_* szürjektív?

Mivel a kérdések csak a beágyazástól függenek, így másik modellt is használhatunk ugyanezen jelenség vizsgálatára (ezt most itt nem részletezem).

Növő események

Definíció

Legyen H az $S_{p,N}$ lehetséges értékeinek halmaza. Ekkor H növő, ha valahányszor X és Y $S_{p,N}$ lehetséges értéke és $X \in H$, valamint $X \subset Y$, akkor $Y \in H$. Ekkor az az esemény, ami a térképzésnél H öse, *növő eseménynek* hívjuk.

Növő események

Definíció

Legyen H az $S_{p,N}$ lehetséges értékeinek halmaza. Ekkor H növő, ha valahányszor X és Y $S_{p,N}$ lehetséges értéke és $X \in H$, valamint $X \subset Y$, akkor $Y \in H$. Ekkor az az esemény, ami a térképzésnél H öse, *növő eseménynek* hívjuk.

Harris-egyenlőtlenség

Legyenek A_1, \dots, A_k növő események. Ekkor

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^k A_i\right) \geq \prod_{i=1}^k \mathbb{P}(A_i).$$

Kritikus valószínűségek

Állítás

Ha A a vizsgált események valamelyike és $p \leq q$, akkor

$$\mathbb{P}_p(A) \leq \mathbb{P}_q(A)$$

Állítás

A vizsgált eseményekhez definiálhatunk alsó és felső p_c , illetve \hat{p}_c kritikus valószínűségeket.

Kritikus valószínűségek

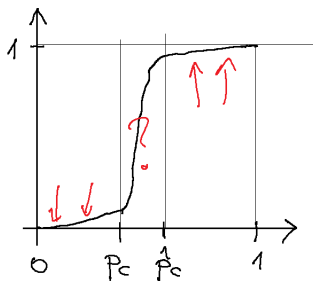
Állítás

Ha A a vizsgált események valamelyike és $p \leq q$, akkor

$$\mathbb{P}_p(A) \leq \mathbb{P}_q(A)$$

Állítás

A vizsgált eseményekhez definiálhatunk alsó és felső p_c , illetve \hat{p}_c kritikus valószínűségeket.



Kritikus valószínűségek közti egyenlőtlenségek

Állítás

Ha A és B ϕ_* -ból kiolvasható események úgy, hogy $A \subset B$, akkor a B -hez tartozó kritikus valószínűségek legfeljebb akkorák, mint az A -hoz tartozók, azaz $p_c^B \leq p_c^A$, illetve $\hat{p}_c^B \leq \hat{p}_c^A$.

Kritikus valószínűségek közti egyenlőtlenségek

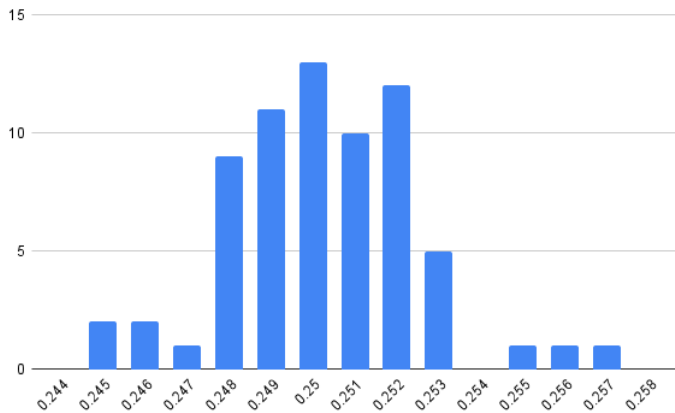
Állítás

Ha A és B ϕ_* -ból kiolvasható események úgy, hogy $A \subset B$, akkor a B -hez tartozó kritikus valószínűségek legfeljebb akkorák, mint az A -hoz tartozók, azaz $p_c^B \leq p_c^A$, illetve $\hat{p}_c^B \leq \hat{p}_c^A$.

Állítás

A 'van ϕ_* képében standard generátor' és a ' ϕ_* szürjektív' eseményhez tartozó felső kritikus valószínűségek megegyeznek.

Szimuálíós eredmények



Folytatási irányok

- ▶ További egyenlőtlenségek keresése a kritikus valószínűségek közt.

Folytatási irányok

- ▶ További egyenlőtlenségek keresése a kritikus valószínűségek közt.
- ▶ Magasabb rendű homológiacsoportok vizsgálata