Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja

Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja
   (az első tag elemeit balopcióknak hívjuk, a másodikét jobbopcióknak; együttesen opcióknak.)

Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja
   (az első tag elemeit balopcióknak hívjuk, a másodikét jobbopcióknak; együttesen opcióknak.)
2. nincs olyan játékokból álló végtelen sorozat, aminek az első tagja x, a többi tagja pedig opciója az őt megelőző tagnak

Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja
   (az első tag elemeit balopcióknak hívjuk, a másodikét jobbopcióknak; együttesen opcióknak.)
2. nincs olyan játékokból álló végtelen sorozat, aminek az első tagja x, a többi tagja pedig opciója az őt megelőző tagnak

Jelölés: $x = (\{x^L\}, \{x^R\})$

Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja (az első tag elemeit balopcióknak hívjuk, a másodikét jobbopcióknak; együttesen opcióknak.)
2. nincs olyan játékokból álló végtelen sorozat, aminek az első tagja x, a többi tagja pedig opciója az őt megelőző tagnak

Jelölés: $x = (\{x^L\}, \{x^R\})$

$x \leq y$, ha nincs sem $y \leq x^L$, sem $y^R \leq x$

Definíciók

x játék, ha:

1. x játékokból álló halmazok rendezett párja (az első tag elemeit balopcióknak hívjuk, a másodikét jobbopcióknak; együttesen opcióknak.)
2. nincs olyan játékokból álló végtelen sorozat, aminek az első tagja x, a többi tagja pedig opciója az őt megelőző tagnak

Jelölés: $x = (\{x^L\}, \{x^R\})$

$x \leq y$, ha nincs sem $y \leq x^L$, sem $y^R \leq x$

x szám, ha játék, és:

1. x minden opciója szám
2. nincs $x^R \leq x^L$

$\leq$ tulajdonságai

- $\leq$ reflexív, tranzitív (így $=$ is)

$\leq$ tulajdonságai

$\leq$ reflexív, tranzitív (így $=$ is)

tetszőleges x, y számokra $x \leq y$ vagy $x \geq y$
(sőt, ha egy játék összehasonlítható minden számmal, akkor egyenlő egy számmal)

$\leq$ tulajdonságai

$\leq$ reflexív, tranzitív (így $=$ is)

tetszőleges x, y számokra $x \leq y$ vagy $x \geq y$
(sőt, ha egy játék összehasonlítható minden számmal, akkor egyenlő egy számmal)

$x^L < x < x^R$

$\leq$ tulajdonságai

$\leq$ reflexív, tranzitív (így $=$ is)

tetszőleges x, y számokra $x \leq y$ vagy $x \geq y$
(sőt, ha egy játék összehasonlítható minden számmal, akkor egyenlő egy számmal)

$x^L < x < x^R$

sőt, ha $x^L < y < x^R$, és ez nem igaz y semelyik opciójára, akkor $x = y$

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

$$-x = (\{-x^R\}, \{-x^L\})$$

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

$$-x = (\{-x^R\}, \{-x^L\})$$

$$xy = (\{xy^L + x^L y - x^L y^L, xy^R + x^R y - x^R y^R\},$$
$$\{xy^L + x^R y - x^R y^L, xy^R + x^L y - x^L y^R\})$$

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

$$-x = (\{-x^R\}, \{-x^L\})$$

$$xy = (\{xy^L + x^L y - x^L y^L, xy^R + x^R y - x^R y^R\},$$
$$\{xy^L + x^R y - x^R y^L, xy^R + x^L y - x^L y^R\})$$

A számok rendezett testet alkotnak ezekre a műveletekre nézve.

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

$$-x = (\{-x^R\}, \{-x^L\})$$

$$xy = (\{xy^L + x^Ly - x^Ly^L, xy^R + x^Ry - x^Ry^R\},$$
$$\{xy^L + x^Ry - x^Ry^L, xy^R + x^Ly - x^Ly^R\})$$

A számok rendezett testet alkotnak ezekre a műveletekre nézve.

A problémásabb részek:

- Minden (nemnulla) számnak van reciproka

Műveletek

$$x + y = (\{x + y^L, x^L + y\}, \{x + y^R, x^R + y\})$$

$$-x = (\{-x^R\}, \{-x^L\})$$

$$xy = (\{xy^L + x^L y - x^L y^L, xy^R + x^R y - x^R y^R\},$$
$$\{xy^L + x^R y - x^R y^L, xy^R + x^L y - x^L y^R\})$$

A számok rendezett testet alkotnak ezekre a műveletekre nézve.

A problémásabb részek:

- Minden (nemnulla) számnak van reciproka
- $x \leq y \Leftrightarrow x + z \leq y + z$
- $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2 \Rightarrow x_1 y_2 + x_2 y_1 \leq x_1 y_1 + x_2 y_2$

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

$x \approx y$, ha léteznek m, M pozítív valósak, melyekre $mx \leq y \leq Mx$ teljesül.

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

$x \approx y$, ha léteznek m, M pozítív valósak, melyekre $mx \leq y \leq Mx$ teljesül.

$\omega^x = (\{0, r\omega^{x^L} | r \text{ poz. valós}\}, \{r\omega^{x^R} | r \text{ poz. valós}\})$

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

$x \approx y$, ha léteznek m, M pozítív valósak, melyekre $mx \leq y \leq Mx$ teljesül.

$\omega^x = (\{0, r\omega^{x^L} | r \text{ poz. valós}\}, \{r\omega^{x^R} | r \text{ poz. valós}\})$

$\omega^x \approx \omega^y \Rightarrow x = y$

$\forall x > 0 \exists y \ x \approx \omega^y$

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

$x \approx y$, ha léteznek m, M pozítív valósak, melyekre $mx \leq y \leq Mx$ teljesül.

$\omega^x = (\{0, r\omega^{x^L} | r \text{ poz. valós}\}, \{r\omega^{x^R} | r \text{ poz. valós}\})$

$\omega^x \approx \omega^y \Rightarrow x = y$

$\forall x > 0 \exists y \; x \approx \omega^y$

$x \approx \omega^y \Rightarrow \exists! r$ valós $x - r\omega^y \not\approx \omega^y$

Definíciók 2

A valós számok definiálhatóak a szürreális számok részhalmazaként.

$x \approx y$, ha léteznek m, M pozítív valósak, melyekre $mx \leq y \leq Mx$ teljesül.

$\omega^x = (\{0, r\omega^{x^L} | r \text{ poz. valós}\}, \{r\omega^{x^R} | r \text{ poz. valós}\})$

$\omega^x \approx \omega^y \Rightarrow x = y$

$\forall x > 0 \exists y \; x \approx \omega^y$

$x \approx \omega^y \Rightarrow \exists! r \text{ valós } x - r\omega^y \not\approx \omega^y$

Egy szám születésnapján a legkisebb olyan a rendszámot értjük, amire a számnak (van olyan alakja, amelynek) minden opciójának születésnapja kisebb a-nál.

Normál alak

Legyen α egy rendszám, r_i nemnulla valósak, y_i pedig olyan számok, amikre $y_i > y_j$, ha $i < j$ $(i, j < \alpha)$
Ekkor $\sum\limits_{i<\alpha} r_i \omega^{y_i}$ alatt azt a legidősebb x számot értjük, melyre teljesülnek a következők minden $\beta < \alpha$-ra:

1. $x - \sum\limits_{i<\beta} r_i \omega^{y_i} \approx \omega^{\beta}$
2. $x - \sum\limits_{i\leq\beta} r_i \omega^{y_i} \not\approx \omega^{\beta}$

Normál alak

Legyen α egy rendszám, r_i nemnulla valósak, y_i pedig olyan számok, amikre $y_i > y_j$, ha $i < j$ $(i, j < \alpha)$
Ekkor $\sum\limits_{i<\alpha} r_i \omega^{y_i}$ alatt azt a legidősebb x számot értjük, melyre teljesülnek a következők minden $\beta < \alpha$-ra:

1. $x - \sum\limits_{i<\beta} r_i \omega^{y_i} \approx \omega^\beta$
2. $x - \sum\limits_{i\leq\beta} r_i \omega^{y_i} \not\approx \omega^\beta$

Különböző bemeneti értékekhez különböző számok tartoznak, és minden szám előáll ilyen alakban. Ezt az alakot hívják x normál alakjának.

Normál alak

Legyen α egy rendszám, r_i nemnulla valósak, y_i pedig olyan számok, amikre $y_i > y_j$, ha $i < j$ $(i, j < \alpha)$
Ekkor $\sum\limits_{i<\alpha} r_i \omega^{y_i}$ alatt azt a legidősebb x számot értjük, melyre teljesülnek a következők minden $\beta < \alpha$-ra:

1. $x - \sum\limits_{i<\beta} r_i \omega^{y_i} \approx \omega^{\beta}$
2. $x - \sum\limits_{i\leq\beta} r_i \omega^{y_i} \not\approx \omega^{\beta}$

Különböző bemeneti értékekhez különböző számok tartoznak, és minden szám előáll ilyen alakban. Ezt az alakot hívják x normál alakjának.

Ezek jól viselkednek a műveletekre nézve.