

# Pszeudo-műhold repülőgépek képfeldolgozása

Mályusz Attila Edmund  
2021.12.2

A feladat a következő: Van egy 20 kilométer magasan több hónapon keresztül folyamatosan repülő a földről fényképet készítő és feldolgozó repülőgép. A mi modellünkben a szárnyak modulokból épülnek fel, majd ezeken szárnyakon elhelyezünk egy-egy föld irányába néző kamerát. Egy haramadik kamera a repülőgép törzsnék a végén helyezkedik el és a két szárnyat látja. Az alap feladatunk az, hogy a kamerák által látott képekből szeretnénk a lehető legjobb felbontású képet előállítani (Super-resolution). Ehhez segítséget nyújt az, ha tudjuk, hogy hol helyezkednek el egymáshoz képest a szárnyakon lévő kamerák. A kamerák helyének meghatározásában a következő adatokat fogjuk, majd igénybe venni: a két kamera által látott képek, a harmadik kamera által látott képek alapján és végül a szárnyakon elhelyezett szenzorokból. A felhasznált algoritmusoknál még arra is figyelmet kell fordítanunk, hogy mivel csak a repülőgépen elérhető forrásokból számolunk és azonnal kellene az adatok, így gyorsan futó algoritmusokat használhatunk csak. Ezzel feladattal már a Facebook is foglalkozott [1]. Ezt a projektet 2018-ban leállítottak. Végeredményben a repülő akkora volt, mint egy Boeing 737 melynek a szárnyfesztávolsága 34 méter, ellenben csak 400 kg volt a tömege, míg egy Boeing 737-nak 42 tonna.

A kamera mozgást leírhatjuk egy  $g_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$   $t \in [0, T]$  függvényel. A  $g_t$  függvényre még a következőket követeljük meg

- $|g_t(v)| = |v| \forall v \in \mathbb{R}^3$
- $g_t(u) \times g_t(v) = g_t(u \times v) \forall u, v \in \mathbb{R}^3$

Azaz tartsa a távolságokat és a szögeket. Ebből a definícióból azt mutathatjuk meg [3] [6], hogy a kamera mozgást leíró transzformációk  $SE(3) = \{g = (R, T) | R \in SO(3), T \in \mathbb{R}^3\}$  alakban állnak elő, ahol  $R$  a forgatást jelenti  $T$  pedig az eltolást. Megmutatható, hogy az  $R \in SO(3)$  forgatás megközelíthető skew szimmetrikus mátrixokkal. A megközelítés lényege az, hogy az eredeti 9 változó és  $\det(R) = 1$  nehezen ellenőrizhető feltételek helyett 3 változóra kell optimalizálni. Ugyanígy a  $g \in SE(3)$  elemei is megközelíthetőek.

A super-resolution feladatban kapunk  $n$  db gyenge felbontású képet (későbbiekben LR-k (low resolution)) egy adott jó felbontású képről HR. A cél az, hogy ezen LR képekből előállítsuk egy jó approximációját az eredeti HR képnek. A problémát mátrixokkal a következőképpen fogalmazhatjuk meg [4] [7]. Legyenek a kapott LR képek  $Y_k$  a keresett HR kép pedig  $X$ . Az LR képek készítése közben felmerülhetnek zajok  $V_k$  melyek Gauss eloszlásúak, a képek nem pontosan az eredeti képet tartalmazzák, így van egy eltolás operátor  $F_k$ , a mozgás során elmosódás is felép  $C$  és végül pedig a pixel szám kisebb lesz

az LR képeken, így van egy down-sampling operator  $D$ . Így a következő relációt kapjuk az LR képek és HR kép között  $Y_k = DCF_kX + V_k$ . Feltesszük, hogy  $D$ -t,  $C$ -t és  $F_k$ -t tudjuk és  $C$  eltolás invariáns.

A  $X$  megtalálására sok algoritmus született. A nem neurális hálós technikák közül a [9] összefoglaló cikk szerint a wavelet interpolációs technika bizonyult a legjobbnak, egyrészt sokkal jobb eredményeket produkált másrészt gyorsabb is volt, mint a többi algoritmus. A wavelet interpolation a wavelet függvényeken alapszik [5]. A wavelet függvényeket két lépésben készítjük. Először veszünk egy  $\varphi(x) \in L^2(\mathbb{R})$  skála függvényt, ennek a függvénynek a következő eltolt és skálázott verzióival alakítunk ki altereket  $\varphi(x)_{j,k} = 2^{\frac{j}{2}}\varphi(2^jx - k)$   $k, j \in \mathbb{Z}$ . Legyen  $V_j = \overline{\text{Span}_k(\varphi_{j,k}(x))}$ . A választott skála függvénynek teljesítenie kell a következő feltételeket: a skála függvény ortogonális az egész eltoltságaira,  $\forall j \in \mathbb{Z}, V_j \perp V_{j-1} \subset V_{j+1}$ , ha  $f \in L^2(\mathbb{R})$  és  $\forall j \in \mathbb{Z}, f \in V_j$ , akkor  $f \equiv 0$ , és végül  $V_\infty = L^2(\mathbb{R})$ .

Ekkor tudunk választani egy  $\psi(x)$  függvényt melynek ugyanúgy a binárisan skálázott és egész eltoltsaiból alkotunk altereket  $W_j = \overline{\text{Span}_k(\psi_{j,k}(x))}$  és teljesül, hogy  $\forall j \in \mathbb{Z} V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ . Ekkor  $\forall j \in \mathbb{Z} V_j \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \dots = L^2(\mathbb{R})$ .

Ez pedig mutatja a wavelet függvények approximáció elméleti hasznosságát mégpedig, hogy adott  $f \in L^2(\mathbb{R})$  függvényre egy durva becslést adunk a  $V_j$ -vel, majd azt javítjuk a  $W_k$ -ből vett elemekkel. Azaz  $f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_{J,K} \varphi_{J,k}(t) + \sum_{j \geq J} \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_{j,k} \psi_{j,k}(t)$ , ahol  $a_{J,K} = \int f(t) \varphi_{J,k}(t) dt$  és  $b_{j,k} = \int f(t) \psi_{j,k}(t) dt$ .

Képekre azaz a  $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$  esetre megmutatható, hogy  $V_j^2 = V_j \otimes V_j$  [2] [8] módon képzett alterek kielégítik a skálára vonatkozó feltételeket és a  $2D$ -s skála függvény előáll a következőképpen  $\Phi(s, t) = \varphi(s)\varphi(t)$ . A  $2D$ -s wavelet függvények  $V_j^2$ -ben, pedig a horizontális, vertikális és átlós irányban tárolnak információt.

Az interpolációt az  $1D$ -s esetben úgy kezeljük, hogy legyen  $f \in V_0$  és  $J \leq -1$ , ekkor  $V_0 = V_J \oplus \bigoplus_{j=J}^{-1} W_j$ . Az  $f$ -nek megkapjuk  $M$  helyen az értéket. Ekkor kihasználjuk, hogy  $f$  felírható az előző alterek lineáris kombinációjaként és azt, hogy a szummák a lineáris kombinációban nem tartalmaznak végtelen sok elemet. Így most már mátrixos alakban fel lehet írni a feladatot  $f = G_J a_J + \sum_{j=J}^{-1} H_j b_j$ , ahol  $f = (f(t_i))_{i=0, \dots, P-1}$ ,  $a_J = (a_{J,k})_{k \in S_J}$ ,  $b_j = (b_{j,k})_{k \in S_j}$ ,  $G_J = (\varphi_{K,k}(t_i))_{i=0, \dots, P-1}^{k \in S_J}$ ,  $H_j = ((\psi_{j,k}(t_i)))_{i=0, \dots, P-1}^{k \in S_j}$ . Ekkor először  $a_J$  értékeket becsüljük meg  $\hat{a}_J$  regularized least squares módszerrel, mégpedig  $f \approx G_J a_J$ -ből. Majd  $b_J$ -t becsüljük meg  $g_J = f - G_J \hat{a}_J$ -ből. Ha több  $M$ -es mintánk is van, akkor  $f^{(i)} = G_J^{(i)} a_J$ -ra kell az előző módszert elvégeznünk.

$2D$ -s esetben ugyanezt kell csinálnunk, viszont a következő módosítással  $f \approx (G_{J_s} \otimes G_{J_t}) a_J$ , ahol  $\otimes$  a Kronecker szorzat és  $G_{J_s} \otimes G_{J_t}$  megint a skálához tartozó egygyűthetőket jelenti.

# Irodalomjegyzék

- [1] Facebook aquila. [https://en.wikipedia.org/wiki/Facebook\\_Aquila](https://en.wikipedia.org/wiki/Facebook_Aquila).
- [2] Tensor product. <https://www.quantiki.org/wiki/tensor-product>.
- [3] P. D. Cremers. Moving Camera. [https://vision.in.tum.de/\\_media/teaching/ss2019/mvg2019/material/multiviewgeometry2.pdf](https://vision.in.tum.de/_media/teaching/ss2019/mvg2019/material/multiviewgeometry2.pdf).
- [4] M. Elad and A. Feuer. Super-resolution reconstruction of an image. In *Proceedings of 19th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel*, pages 391–394, 1996.
- [5] R. C. Gonzalez and R. E. Woods. *Digital Image Processing (3rd Edition)*. Prentice-Hall, Inc., USA, 2006.
- [6] Y. Ma, S. Soatto, J. Kosecka, and S. S. Sastry. *An Invitation to 3-D Vision: From Images to Geometric Models*. SpringerVerlag, 2003.
- [7] P. Milanfar. *Super-Resolution Imaging*. CRC Press, 2011.
- [8] N. Nguyen and P. Milanfar. A wavelet-based interpolation-restoration method for superresolution (wavelet superresolution). *Circuits, Systems and Signal Processing*, 19(4):321–338, Jul 2000.
- [9] D. Yang, Z. Li, Y. Xia, and Z. Chen. Remote sensing image super-resolution: Challenges and approaches. In *2015 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, pages 196–200, 2015.