Elemi relativisztikus szabad részecskék

Egyéni kutatómunka 2

Forman Balázs Attila

ELTE

A Minkowski-téridő kauzális automorfizmusai

A téridő Minkowski-modellje az $\mathbb{R}^4$ ellátva a Lorentz-szimmetriájú

$$\langle x, y\rangle = -x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 + x_4y_4$$

bilineáris függvénnyel.

$x < y$, ha $x_4 < y_4$ és $\langle y - x, y - x\rangle > 0$.

(Zeeman) A teljes kauzális automorfizmuscsoport izomorf az $\mathbb{R}^4 \rtimes (O_{\uparrow}(3,1) \times \mathbb{R})$ csoporttal.

Projektív reprezentációk felemelése unitér reprezentációvá

Kvantummechanikai rendszer állapottere: $\hat{H} = (H \setminus \{0\})/\mathbb{C}^*$

Mikor tudunk egy $T : G \to Aut(\hat{H})$ reprezentációt felemelni $U(H)$-ba.

T-n visszahúzzuk a fibrálást $U(\hat{H})$-ról, ez G egy bővítése $U(1)$-el, ezeket karakterizálja a második kohomológia.

$SL_2(\mathbb{C})$ kétrétűen fedi $SO(3,1)$-et.

$H^2(L(R^4 \rtimes SL_2(\mathbb{C}), \mathbb{R}) = 0$

$R^4 \rtimes SL_2(\mathbb{C})$ irreducibilis reprezentációi az elemi relativisztikus szabad részecskék

Kompakt Lie-csoportok reprezentációi

A komplex reprezentációk formális különbségei a tenzorszorzással és a direktösszeg-képzéssel gyűrűt alkotnak, ezt jelöljük $K(G)$-vel.

$\Lambda^n V$ a V n-edik külső hatványa, ami izomorf a $V^n \to \mathbb{C}$ alternáló lineáris leképezések terével.

G egy ρ reprezentációja V-n indukál egy $\Lambda^k \rho$ reprezentációt $\Lambda^k V$-n $\forall k \in \mathbb{Z}$-re.

$U(n), SU(n), SO(n), Sp(n)$-re a kanonikus reprezentációk külső hatványai generálják a komplex reprezentációk gyűrűjét.

Kvantummechanikai szimmetriák

$\hat{H}$ egy kompakt önadjungált operátor egy Hilbert téren, az ezzel felcserélhető önadjungált operátorok a megmaradó mennyiségek.

A megmaradó mennyiségek a kommutátorképzéssel Lie-algebrát alkotnak, ennek egy véges rész-Lie-algebrájának képének lezártja az exponenciális leképezésnél egy kompakt Lie-csoport, ami hat $\hat{H}$ sajátalterein.

Legyen $\hat{I}$ az izospin, és $\hat{Y}$ a hipertöltés. Mérések azt mutatják, hogy ezek éppen egy $\mathfrak{su}(2)$-t generálnak, aminek egy R_1 reprezentációjában él a proton és a neutron.

Harmonikus analízis Lie-csoportokon

Legyen G kompakt Lie-csoport és legyen $\lambda : G \to B(L^2(G))$
$\lambda(g)f(t) = f(g^{-1}t)$.

G reprezentációinak mátrixainak koordinátafüggvényeit nevezzük mátrixelemeknek.

Az irreducibilis komplex reprezentációk ekvivalenciaosztályait pedig jelöljük $\hat{G}$-vel.

(Peter-Weyl) Legyen G egy kompakt Lie-csoport, ekkor

1. G minden irreducibilis unitér reprezentációja véges dimenziós,
2. $\lambda \simeq \oplus_{\pi \in \hat{G}} dim_\pi \pi$,
3. $\forall g \in G \ \exists \pi \in \hat{G}$, hogy $\pi(g) \neq I$,
4. A mátrixelemek sűrűek a folytonos függvények terében (és L^p-ben is),
5. $f \in L^2(G) \Rightarrow ||f||_2^2 = \sum_{\pi \in \hat{G}} dim_\pi || \int_G f(g)\pi(g)dg||_{H.S.}^2$.